

دفترچه پاسخ

آزمون ۶ تیر ۱۳۹۹

یازدهم ریاضی (عمومی و اختصاصی)

www.kanoon.ir



دفترچه پاسخ

عمومی یازدهم

(ریاضی)

۶ تیر ماه ۱۳۹۹

مراحان

ولی برجی، محمد داورپناهی، هادی پولادی، مجید فاتحی، مرتضی کاظم شیرودی، محمد کاظمی نصرآبادی، الهه مسیح‌خواه، خالد مشیرپناهی، فاطمه منصورخاکی، ولی‌اله نوروزی	عربی زبان قرآن
تیمور رحمتی، علی شکوهی، ساسان عزیزی‌نژاد، حمید مهدیان‌راد	زبان انگلیسی

گزینشگران و ویراستاران

نام درس	مسئول درس	گزینشگر	گروه ویراستاری	رتبه برتر	گروه مستندسازی
عربی زبان قرآن	مهدی نیکزاد	فاطمه منصورخاکی	حسام حاج‌مؤمن، محمدعلی مرتضوی	محمدحسین اسلامی	لیلا ایزدی
زبان انگلیسی	سپیده عرب	سپیده عرب	رحمت‌اله استیری محدثه مرآتی	بهراد احمدپور	سپیده جلالی

گروه فنی و تولید

مدیر گروه	الهام محمدی
مسئول دفترچه	معصومه شاعری
مستندسازی و مطابقت با مصوبات	مدیر، فاطمه رسولی‌نسب، مسئول دفترچه، فریبا رنوفی
صفحه‌آرا	زهرا تاجیک
نظارت چاپ	علیرضا سعدآبادی

گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلم‌چی (وقف عام)

آزمون ۶ تیر ۹۹ اختصاصی یازدهم ریاضی

پدیدآورندگان

نام درس	نام طراحان (به ترتیب حروف الفبا)
حسابان	عادل حسینی - طاهر دادستانی - یاسین سپهر - علی سلامت - علی شهبابی - فرنود فارسیجانی - سعید علم‌پور - حمید عزیززاده - کیان کریمی خراسانی - میلاد منصوری - جهانبخش نیکنام - وحید ون‌آبادی
هندسه	امیرحسین ابومحبوب - سعید جعفری کافی‌آباد - علی ساوجی حمیدرضا سجودی - علی فتح‌آبادی - فرشاد فرامرزی - رضا عباسی اصل - رحمت‌عین‌علیان - سیامک کریمی محمدابراهیم گیتی‌زاده - نوید مجیدی - میلاد منصوری - داریوش ناظمی
آمار و احتمال	امیرحسین ابومحبوب - سعید جعفری کافی‌آباد - عادل حسینی - یاسین سپهر

گروه علمی

نام درس	حسابان	هندسه، آمار و احتمال
گزینشگر	عادل حسینی	امیرحسین ابومحبوب
گروه ویراستاری	مرضیه گودرزی علی ارجمند	عادل حسینی
مسئول درس	عادل حسینی	امیرحسین ابومحبوب

گروه فنی و تولید

مدیر گروه	محمد اکبری
مسئول دفترچه	عادل حسینی
گروه مستندسازی	مدیر گروه: فاطمه رسولی‌نسب مسئول دفترچه: آتیه اسفندیاری
حروف‌نگار و صفحه‌آرا	حسن خرم‌جو - ندا اشرفی
ناظر چاپ	سوران نعیمی

گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلم‌چی (وقف عام)

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - کانون فرهنگی آموزش - تلفن: ۰۲۱-۶۴۶۳

عربی، زبان قرآن ۱

۱- گزینه ۱

(مرثی کاطم شیروی)

«هدانا»: ما را هدایت کرد (رد گزینه ۳) / «هَاتِنَا لِنَهْتَدِي»: راه نمی‌یافتیم، هدایت نمی‌شدیم (رد گزینه ۲) / «لَوْلَا أَنْ هَدَانَا اللَّهُ»: اگر خدا ما را هدایت نکرده بود (رد گزینه ۴) (ترجمه)

۲- گزینه ۲

(ولی برهی - ابهر)

تشریح گزینه‌های دیگر

گزینه «۱»: وارد کرد
گزینه «۳»: این سازمان
گزینه «۴»: آمد

(ترجمه)

۳- گزینه ۴

(ولی برهی - ابهر)

تشریح گزینه‌های دیگر

گزینه «۱»: دلفین‌ها (معرفه نباید باشد)
گزینه «۲»: می‌دیدم
گزینه «۳»: فیلمی دیدم

(ترجمه)

۴- گزینه ۲

(ولی اله نوروزی)

کلمه «إعصار» مفرد و به معنای «گردباد» و کلمه «الأسماك» جمع مکسر و به معنای «ماهی‌ها» می‌باشد.

(ترجمه)

۵- گزینه ۱

(فاطمه منصورفالی)

«در بهار»: فی الربیع / «درختان دارای میوه هستند»: للأشجار ثمره / «شاخه‌هایشان»: غصونها، اغصانها / «تروتازه است»: نضرة / «چه زیباست»: ما أجمل / «باغها»: الحدائق / «طبیعت»: الطبیعة

(ترجمه)

ترجمه درک مطلب:

سیاره زمین سومین سیاره منظومه شمسی است از سمت خورشید بعد از عطارد و زهره، و تا به الان تنها سیاره‌ای است که از حیات انسان‌ها پشتیبانی می‌کند. پس بر روی آن انواع مختلف موجودات زنده زندگی می‌کنند برای ایجاد شرایط مناسب برای زندگی او. به این دلیل که درجه حرارتی که از خورشید به آن می‌رسد به دلیل فاصله مناسب متعادل است، همان‌طور که آب یافت می‌شود که به رشد گیاهان کمک می‌کند و اکسیژن ضروری برای تنفس موجودات زنده و حمایت می‌کند؛ محافظ جوی از سطح زمین در مقابل اشعه مضر خورشید که از خورشید می‌آید و کمک می‌کند به توزیع درجه حرارت بر روی سطح زمین و به آسمان رنگ آبی زیبا در طول روز می‌دهد. مسافت بین طبقه اول محافظ جوی و سطح زمین ۱۵ کیلومتر است تقریباً. بین آخرین طبقه جوی و سطح زمین ۴۰۰ کیلومتر فاصله است تقریباً.

۶- گزینه ۳

(الله مسیح فزاه)

فقط اکسیژن در متن گفته شده است نه گازهای مختلف!

(درک مطلب)

۷- گزینه ۲

(الله مسیح فزاه)

«ستکون» غلط است چون شاید در آینده سیاره‌های دیگر قابلیت زندگی پیدا کنند (در متن گفته شده است: حتی الان)

(درک مطلب)

۸- گزینه ۴

(الله مسیح فزاه)

دلیلی درباره عدم حیات در سیارات دیگر در متن موجود نیست.

(درک مطلب)

۹- گزینه ۳

(الله مسیح فزاه)

تشریح گزینه‌های دیگر

گزینه «۱»: در این گزینه «بزیاده حرف واحد» نادرست است.
گزینه «۲»: در این گزینه ثلاثی مزید نادرست است.
گزینه «۴»: در این گزینه «للمخاطب، مفعوله (المیاه)» نادرست است.

(تعلیل صرفی و ممل اعرابی)

۱۰- گزینه ۲

(الله مسیح فزاه)

تشریح گزینه‌های دیگر

گزینه «۱»: اسم فاعل من فعل مجرد نادرست است.
گزینه «۳»: معرفه نادرست است.
گزینه «۴»: اسم مفعول نادرست است.

(تعلیل صرفی و ممل اعرابی)

۱۱- گزینه ۴

(فاطمه منصورفالی)

در این گزینه، «مرسل» اسم فاعل است و باید به صورت «مُرْسِلٌ» باشد (فرستنده نام در جایی دور زندگی می‌کند).

(فبیط مرکبات)

۱۲- گزینه ۴

(فاله مشیرپناهی - دهکلان)

در گزینه «۴» آمده است: «جایی برای پرواز هواپیماها = تایر (چهارچوب)» که نادرست است، چرا که توضیح داده شده مربوط به «مطار: فرودگاه» است.

تشریح گزینه‌های دیگر

گزینه «۱»: «بیماری‌ای که به سر مرتبط است = سردرد»
گزینه «۲»: «جسمی برای برخی بازی‌های ورزشی = توپ»
گزینه «۳»: «بیماری‌ای که به بینی مرتبط است = سرماخوردگی»

(مفعول)

۱۳- گزینه ۲

(مرثی کاطم شیروی)

توضیح: «أنت» برای تاکید فعل است. ترجمه عبارت چنین است: «ای آدم فقط تو و همسرت وارد بهشت شوید!»

(انواع جملات)

۱۴- گزینه ۴

(مهمم داورپناهی - بیفور)

سوال خواسته فعل مجهول مشخص کنید. فعل مجهول معنی «شد، می‌شود» دارد و مفعول ندارد. در گزینه «۴»، «تقدم» فعل مجهول و به معنای «تقدیم می‌شود» است.

تشریح گزینه‌های دیگر

گزینه «۱»: سلب: سلب کردند
گزینه «۲»: یشاهد: مشاهده می‌کنند/ غرسوا: کاشتند
گزینه «۳»: کان قد اکتسبوا: بدست آورده بودند

(انواع جملات)

۱۵- گزینه ۱

(مهمم علی کاطمی نصر آباری - کاشان)

در این گزینه (علی، فی، إلی) حرف جر هستند.

تشریح گزینه‌های دیگر

گزینه «۲»: (علی) حرف جر است.
گزینه «۳»: حرف جری وجود ندارد.
گزینه «۴»: (فی، فی) حرف جر هستند.

(انواع جملات)



زبان انگلیسی ۱

۱۶- گزینه «۴»

(ساسان عزیزبزرگ)

ترجمه جمله: «آن رستوران همیشه پر از آدم است، پس (در نتیجه) آن باید رستوران خیلی خوبی باشد.»

نکته مهم درسی

یکی از کاربردهای فعل وجهی "must" برای استنباط و نتیجه‌گیری می‌باشد.

(گرامر)

۱۷- گزینه «۲»

(ساسان عزیزبزرگ)

ترجمه جمله: «لورست بلندترین کوه در جهان است. آن بلندتر از هر کوه دیگری است.»

نکته مهم درسی

بعد از صفات برترین، برای مکان‌های مفرد از حرف اضافه "in" یا "of" استفاده می‌کنیم. با توجه به بافت جمله داده شده، در جای خالی دوم از صفت برتر استفاده می‌کنیم. گزینه «۴» ترکیب غلطی است.

۱۸- گزینه «۳»

(ساسان عزیزبزرگ)

ترجمه جمله: «من و مادرم داشتیم در خیابان قدم می‌زدیم که ناگهان صدای گام‌ها را پشت سرمان شنیدیم.»

نکته مهم درسی

گذشته ساده (were walking)+when+(heard) گذشته استمراری چون فاعل جمله (My mother and I) جمع است، از فعل کمکی "were" در گذشته استمراری استفاده می‌کنیم (رد گزینه «۱»).

۱۹- گزینه «۴»

(ممد میران‌رادر)

ترجمه جمله: «آن تخت‌خواب برای آن پیرزن آن قدر سنگین بود که نمی‌توانست تکانش دهد. بنابراین، لیزا به او کمک کرد آن را به داخل خانه حمل کند.»

(۱) اهمیت دادن

(۲) جمع‌آوری کردن

(۳) مقایسه کردن

(۴) حمل کردن

(واژگان)

۲۰- گزینه «۳»

(ممد میران‌رادر)

ترجمه جمله: «در هفت دسامبر، بازیگر مشهور آمریکایی، هری مورگان، در سن ۹۶ سالگی در شهر لس‌آنجلس به‌آرامی در خواب فوت کرد.»

(۱) در آوردن [لباس]، برخاستن هواپیما (۲) باور داشتن به

(۳) فوت کردن

(۴) دست کشیدن

(واژگان)

۲۱- گزینه «۲»

(ممد میران‌رادر)

ترجمه جمله: «مراسم قرار است در روستایی در شمال ایتالیا برگزار شود، بنابراین خیلی برای کودکان و افرادی که از صندلی چرخدار استفاده می‌کنند مناسب نخواهد بود.»

(۱) قابل‌حل

(۲) مناسب

(۳) میهمان‌نواز

(۴) قابل‌تعویض

(واژگان)

۲۲- گزینه «۲»

(ممد میران‌رادر)

(۱) علامت

(۲) کلید

(۳) موفقیت

(۴) لامپ

(کلوزتست)

۲۳- گزینه «۳»

(ممد میران‌رادر)

نکته مهم درسی

برای اشاره به تداوم عملی در زمان گذشته از ساختار گذشته استمراری استفاده می‌کنیم. این زمان از ترکیب «was/were + verb + ing» ساخته می‌شود.

(کلوزتست)

۲۴- گزینه «۱»

(ممد میران‌رادر)

(۱) اختراع

(۲) مقصد

(۳) جاذبه

(۴) تعطیلی

(کلوزتست)

۲۵- گزینه «۲»

(ممد میران‌رادر)

نکته مهم درسی

حرف اضافه واژه "research" به معنای «تحقیق» "on" می‌باشد.

(کلوزتست)

۲۶- گزینه «۴»

(ممد میران‌رادر)

(۱) اداره

(۲) بیابان

(۳) بهشت

(۴) آزمایشگاه

(کلوزتست)

۲۷- گزینه «۱»

(تیمور رهمتی)

ترجمه جمله: «در متن، تاریخ همه موارد زیر را می‌توانیم ببابیم، به‌غیر از زمانی که

میچل نوشتن رمانش را آغاز کرد.»

(درک مطلب)

۲۸- گزینه «۲»

(تیمور رهمتی)

ترجمه جمله: «زدیدک‌ترین کلمه از نظر معنایی به کلمه "vivid" در خط «۱۰».

"clear" (روشن، واضح) است.»

(درک مطلب)

۲۹- گزینه «۳»

(تیمور رهمتی)

ترجمه جمله: «کدام‌یک از موارد زیر یک عامل مهم در موفقیت بزرگ رمان میچل بود؟»

«خلاقیت میچل»

(درک مطلب)

۳۰- گزینه «۴»

(تیمور رهمتی)

ترجمه جمله: «طبق متن، کدام‌یک از جملات زیر درست است؟»

«بر باد رفته داستان بسیار جالبی است، اگرچه درباره وقایعی است که در گذشته

اتفاق افتاده‌اند.»

(درک مطلب)

ریاضی ۱

گزینه «۳» -۳۱

(سعید علم‌پور)

در هر مرحله ۴ مربع هاشور خورده داریم:

$$\text{تعداد کل مربع‌ها} : \begin{cases} \text{در شکل (۱)}: (1+2)^2 \\ \text{در شکل (۲)}: (2+2)^2 \\ \text{در شکل (۳)}: (3+2)^2 \\ \vdots \end{cases}$$

$$\Rightarrow \text{تعداد کل مربع‌های سفید در شکل } n = a_n = (n+2)^2 - 4 = n^2 + 4n$$

$$\Rightarrow a_{15} = (15)^2 + 4(15) = 285$$

گزینه «۲» -۳۲

(یاسین سپهر)

$$t_1 = t_r + 3r \Rightarrow t_1 - t_r = t_1 - t_1 r^2 = t_1(1-r^2) = 3r$$

$$t_1 + t_r + t_{2r} = 8 \Rightarrow t_1 + t_1 r + t_1 r^2 = 8$$

$$\Rightarrow t_1(1+r+r^2) = 8$$

$$\Rightarrow \frac{t_1(1-r^2)}{t_1(1+r+r^2)} = \frac{3r}{8} \Rightarrow \frac{(1-r)(1+r+r^2)}{(1+r+r^2)} = \frac{3r}{8} = 4$$

$$\Rightarrow 1-r = 4 \Rightarrow r = -3$$

گزینه «۳» -۳۳

(ظاهر راستانی)

$$\tan x + \cot x = \tan x + \frac{1}{\tan x} = 2 \Rightarrow \tan x = \cot x = 1$$

$$\xrightarrow{x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)} \sin x = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\Rightarrow \sqrt{2} \sin x + 3 \cot x = \sqrt{2} \times \frac{1}{\sqrt{2}} + 3 \times 1 = 1 + 3 = 4$$

گزینه «۳» -۳۴ (جوانبش نیکنام)

$$A = \frac{(\sqrt{2})^2 + 3^2}{\sqrt{2} + 3} + 3\sqrt{2} = \frac{(\sqrt{2} + 3)(2 - 3\sqrt{2} + 9)}{(\sqrt{2} + 3)} + 3\sqrt{2}$$

$$\Rightarrow A = 11 \Rightarrow (A+1)^{\frac{1}{2}} = 12^{\frac{1}{2}} = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$$

گزینه «۲» -۳۵

(علی شهرابی)

$$4^x + 4^{-x} = 10 \Rightarrow 4^x + 4^{-x} + 2 = 12 \Rightarrow (2^x + 2^{-x})^2 = 12$$

$$\Rightarrow 2^x + 2^{-x} = 2\sqrt{3}$$

با استفاده از اتحاد چاق و لاغر داریم:

$$8^x + 8^{-x} = (2^x + 2^{-x})(4^x - 1 + 4^{-x}) = 2\sqrt{3}(10 - 1) = 18\sqrt{3}$$

گزینه «۳» -۳۶

(جوانبش نیکنام)

فرض کنیم نمودار f را به اندازه a واحد در راستای محور x ها انتقال

بدهیم تا نمودار تابع جدید بر نمودار g مماس شود، در این صورت معادله

$$f(x+a) = g(x) \text{ دارای جواب مضاعف است.}$$

$$-2(x+a) = 4x^2 + 10x + 3 \Rightarrow 4x^2 + 12x + 3 + 2a = 0$$

$$\xrightarrow{\Delta=0} \Delta = 12^2 - 4(4)(3+2a) = 4(24 - 8a) = 0 \Rightarrow a = 3$$

(ممیر علیزاده)

گزینه «۱» -۳۹

$$(0, 2), (0, a+b) \in f \xrightarrow[\text{بودن}]{\text{شرط تابع}} a+b=2$$

$$(-1, ab), (-1, -3) \in f \xrightarrow[\text{بودن}]{\text{شرط تابع}} ab = -3$$

$$\xrightarrow{b=2-a} a(2-a) = -3 \Rightarrow a^2 - 2a - 3 = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = -1 \\ a = 3 \end{cases}$$

$$\Rightarrow b = 2 - a \begin{cases} \xrightarrow{a=-1} b = 3 \\ \xrightarrow{a=3} b = -1 \end{cases}$$

• $a = -1, b = 3$

تابع نیست: $f = \{(-1, -3), (0, 2), (-1, 4), (-1, -3), (0, 2)\}$

• $a = 3, b = -1$

تابع است: $f = \{(-1, -3), (0, 2), (3, 4), (-1, -3), (0, 2)\}$

$$\Rightarrow a - b = 3 - (-1) = 4$$

(عارل مسینی)

گزینه «۱» -۴۰

$$\begin{cases} f \text{ همانی است} \Rightarrow f(x) = x \\ g \text{ ثابت است} \Rightarrow g(x) = c \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{3f(2) + g(1)}{2g(5) + f(1)} = \frac{6+c}{2c+1} = \frac{9}{7} \Rightarrow c = 3$$

(غرنور خاوسی جانی)

گزینه «۳» -۳۷

$$\text{نمودار تابع } f(x), \text{ یک سهمی است که مختصات رأس آن } S \begin{cases} \frac{b}{2a} \\ \frac{\Delta}{4a} \end{cases} \text{ است،}$$

بیشترین مقدار تابع در رأس سهمی اتفاق می افتد. پس عرض رأس سهمی

یعنی $-\frac{\Delta}{4a}$ باید برابر ۳ باشد.

$$\Delta = 4 - 4(a)(-a+1) = 4 + 4a^2 - 4a$$

$$\Rightarrow \frac{-\Delta}{4a} = -\frac{4 + 4a^2 - 4a}{4a} = -a + 1 - \frac{1}{a}$$

$$\frac{-\Delta}{4a} = 3 \Rightarrow -a + 1 - \frac{1}{a} = 3 \Rightarrow -a^2 - 1 = 2a \Rightarrow a^2 + 2a + 1 = 0$$

$$\Rightarrow a = -1$$

(کیان کریمی فراسانی)

گزینه «۲» -۳۸

$$x^2 - 5x^2 \leq x - 5 \Rightarrow x^2(x-5) \leq x-5 \Rightarrow x^2(x-5) - (x-5) \leq 0$$

$$\Rightarrow (x^2 - 1)(x-5) \leq 0 \Rightarrow (x-1)(x+1)(x-5) \leq 0$$

x	-1	1	5
$(x-1)(x+1)(x-5)$	$-$	$+$	$-$
	ϕ	ϕ	ϕ
	$+$	$+$	$+$

$$\Rightarrow x \in (-\infty, -1] \cup [1, 5] \xrightarrow{x \in \mathbb{N}} x = 1, 2, 3, 4, 5$$

$$\Delta ADC : EN \parallel DC \Rightarrow \frac{AE}{AD} = \frac{EN}{DC} \Rightarrow EN = 9$$

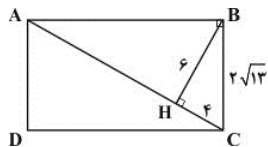
$$\Delta ADB : EM \parallel AB \Rightarrow \frac{DE}{AD} = \frac{EM}{AB} \Rightarrow EM = 4$$

$$MN = 9 - 4 = 5 \quad \text{و در نتیجه،}$$

(رضا عباسی اصل)

گزینه «۲» -۴۴

$$\Delta BHC : HC^2 = (2\sqrt{13})^2 - 6^2 = 16 \Rightarrow HC = 4 \quad \text{داریم:}$$



بنابه روابط طولی در مثل قائم‌الزاویه ABC داریم:

$$BH^2 = CH \cdot AH \Rightarrow 36 = 4AH \Rightarrow AH = 9$$

$$\Rightarrow AC = 13$$

$$AB^2 = AH \cdot AC \Rightarrow AB^2 = 9 \times 13$$

$$\Rightarrow AB = 3\sqrt{13}$$

محیط مستطیل ABCD از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$2(AB + BC) = 2(3\sqrt{13} + 2\sqrt{13}) = 10\sqrt{13}$$

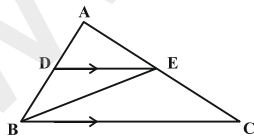
(فرشاد خرامری)

گزینه «۲» -۴۵

$$DE \parallel BC \xrightarrow{\text{قضیه اساسی تشابه}} \Delta ADE \sim \Delta ABC, k = \frac{AD}{AB} = \frac{2}{5}$$

$$\Rightarrow \frac{S_{ADE}}{S_{ABC}} = k^2 = \frac{4}{25}$$

$$\Rightarrow S_{ADE} = \frac{4}{25} S_{ABC} \quad (1)$$



$$\left. \begin{aligned} \frac{S_{BEC}}{S_{ABE}} &= \frac{EC}{AE} \\ DE \parallel BC &\Rightarrow \frac{EC}{AE} = \frac{BD}{AD} = \frac{2}{3} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{S_{BEC}}{S_{ABE}} = \frac{2}{3}$$

$$\Rightarrow \frac{S_{BEC}}{S_{ABC}} = \frac{2}{5} \Rightarrow S_{BEC} = \frac{2}{5} S_{ABC} \quad (2)$$

از (۱) و (۲) داریم:

$$\frac{S_{ADE}}{S_{BEC}} = \frac{\frac{4}{25} S_{ABC}}{\frac{2}{5} S_{ABC}} = \frac{4}{15}$$

هندسه ۱

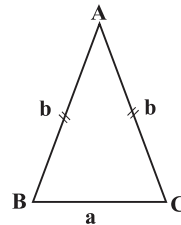
گزینه «۱» -۴۱

(رضا عباسی اصل)

مطابق شکل اگر طول‌های قاعده و ساق را به ترتیب با a و b نمایش دهیم،

آنگاه داریم:

$$a + b + b = 16 \Rightarrow a + 2b = 16$$



از طرفی بنا به قضیه نامساوی مثلثی داریم:

$$a < b + b \Rightarrow a < 2b \xrightarrow{+a} a + a < a + 2b$$

$$\Rightarrow a < 8 \xrightarrow{a > 0} 0 < a < 8$$

پس مقادیر صحیح ممکن برای a عبارتند از: ۱, ۲, ۳, ۴, ۵, ۶, ۷

$$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 = 28 \quad \text{و در نتیجه:}$$

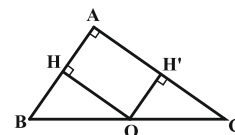
(علی ساوی)

گزینه «۱» -۴۲

توجه کنید که در مثل قائم‌الزاویه، نقطه هم‌رسی عمودمنصف‌ها (نقطه‌ای که

از سه رأس مثلث به یک فاصله است) وسط وتر است. چهارضلعی

OHAH' مستطیل است، زیرا سه زاویه قائمه دارد. حال داریم:

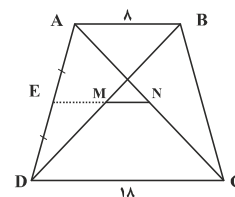


$$S_{OHAH'} = AH \cdot AH' = \frac{1}{2} AB \times \frac{1}{2} AC$$

$$= \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} AB \times AC \right) = \frac{1}{2} S_{ABC}$$

(رضا عباسی اصل)

گزینه «۲» -۴۳



فرض کنیم M و N ، وسط قطره‌های دوزنقه باشند. امتداد MN ، ساق‌های

دوزنقه را در وسط آنها قطع می‌کند و داریم:

$$\Delta AMH : OH' \parallel AH \Rightarrow \frac{OH'}{AH} = \frac{OM}{AM} = \frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow OH' = \frac{1}{3}AH, MC = \frac{1}{2}BC$$

$$S_{OMC} = \frac{1}{2}MC \cdot OH'$$

$$= \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2}BC \times \frac{1}{3}AH \right) = \frac{1}{6} (BC \cdot AH) = \frac{1}{6} S_{ABC}$$

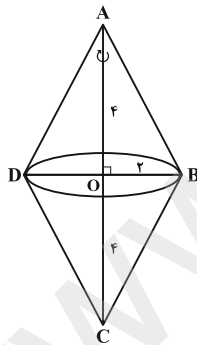
(داریوش ناظمی)

گزینه «۳» -۴۹

اگر دو صفحه متقاطع باشند، در صورتی هر دو بر صفحه‌ای عمودند که فصل مشترکشان بر آن صفحه عمود باشد.

(سعید یعقوبی کافی آبار)

گزینه «۳» -۵۰



مطابق شکل، از آنجا که در لوزی قطرهای یکدیگر را نصف می‌کنند، از دوران قطر

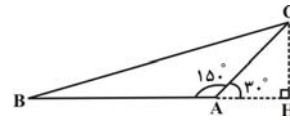
بزرگ لوزی دو مخروط که شعاع قاعده هر کدام برابر $r = 2$ و ارتفاع هر کدام

برابر $h = 4$ است، تشکیل می‌شود. در نتیجه حجم شکل حاصل برابر است با:

$$V = 2 \left(\frac{1}{3} \pi r^2 h \right) = 2 \left(\frac{1}{3} \pi (2)^2 \times (4) \right) = \frac{32}{3} \pi$$

(نویر میبری)

گزینه «۱» -۴۶



فرض کنیم $AC = 6$ و $AB = 12$ باشد. CH ضلع روبه‌رو به زاویه 30° در

مثلث قائم‌الزاویه است، پس داریم:

$$CH = \frac{1}{2}AC = 3$$

$$S_{ABC} = \frac{1}{2}AB \cdot CH = \frac{1}{2} \times 12 \times 3 = 18$$

(رحمت عین‌علیان)

گزینه «۲» -۴۷

مجموع فواصل هر نقطه دلخواه درون مثلث متساوی‌الاضلاع (به ضلع a) از سه

ضلع آن، با ارتفاع مثلث یعنی $a \frac{\sqrt{3}}{2}$ برابر است. پس طبق فرض داریم:

$$\frac{\sqrt{3}}{2}a = 6 \Rightarrow a = 4\sqrt{3}$$

$$S = \frac{\sqrt{3}}{4}a^2 = \frac{\sqrt{3}}{4} \times (4\sqrt{3})^2 = 12\sqrt{3}$$

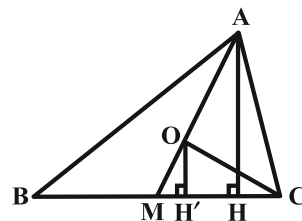
(مهدی ابراهیم کیتی زاده)

گزینه «۴» -۴۸

O نقطه هم‌رسی میانه‌های مثلث ABC ، هر میانه را به نسبت 1 به 2

تقسیم می‌کند، یعنی $\frac{OM}{AM} = \frac{1}{3}$. اگر ارتفاع مثلث ABC و OH'

ارتفاع مثلث OMC باشد:



عربی، زبان قرآن ۲

۵۱- گزینه «۳»

(مفسر علی کاظمی نصرآبادی - کاشان)

«و الذین» و کسانی که (رد گزینه «۲») / «يَجْتَنِبُونَ»: دوری می کنند (رد گزینه های «۱ و ۴») «کیان الإثم و الفواحش»: گناهان بزرگ و کارهای زشت (رد گزینه «۲») / «إذا ما»: هنگامی که / «غضبا»: خشمگین شوند (رد گزینه های «۱، ۲ و ۴») / «هم یغفرون»: می بخشایند

(ترجمه)

۵۲- گزینه «۲»

نکته مهم درسی

۱- کان + فعل مضارع = ماضی استمراری
۲- هواء + اسم ال دار = هواء معنی این می دهد
تشریح گزینه های دیگر
گزینه «۱»: «اینها مریضانی هستند» رد گزینه «۱»
گزینه «۳»: «این، خواستند» رد گزینه «۳»
گزینه «۴»: «اینان مریض هایی بودند» رد گزینه «۴»

(ترجمه)

۵۳- گزینه «۲»

(مرتضی کاظم شیروزی)

«هناک شجرة»: درختی وجود دارد، هست (رد گزینه «۱») / «تلتفتُ خول الجزع و غصونها»: اطراف تنه و شاخه هایش در هم می پیچد / «تخفق تدریجاً»: به تدریج خفه می شود (رد گزینه های ۱ و ۴) الشجرة: این (و یا آن) درخت (رد گزینه «۳»)

(ترجمه)

۵۴- گزینه «۴»

(مبیر فاتی - کامیاران)

تشریح گزینه های دیگر
گزینه «۱»: ترجمه درست: «پیراهن قرمزی را از مغازه همکارم با هفتاد هزار تومان گرفتم»
گزینه «۲»: ترجمه درست: «باید صداها یمان را از صدای کسی که یا او صحبت می کنیم بالا ببریم»
گزینه «۳»: ترجمه درست: «قنبر اراده کرد به کسی که به او ناسزا گفته بود، دشنام دهد»

(ترجمه)

۵۵- گزینه «۴»

(هاری پولادی - تبریز)

ایرادات سایر گزینه ها: در گزینه «۱»: يُنظف، کم، مدرسه / در گزینه «۲»: مدارس / در گزینه «۳»: اصبح

(ترجمه)

ترجمه متن

قلب کارهای روزانه اش را به وسیله عضلاتش انجام می دهد. انسان در این دنیا با دشمنان مختلف همچون بیماری ها محاصره شده است. بیماری های قلب بیش تر از سایر بیماری ها در تمام کشورها منتشر می شود.
دشمن اول برای قلب همان زیادی کلسترول است که خطری را برای انسان در بعضی مواقع باعث می شود. دشمن دوم برای قلب انسان همان بالا رفتن فشار خون است. دشمن سوم همان سیگار کشیدن است که بر تپش های قلب تاثیر می گذارد و اما دشمن آخر همان نداشتن فعالیت بدنی و کم تحرکی که عضله های قلب را ضعیف می کند. بدان که ورزش عضله های قلب را نیرومند می کند.

۵۶- گزینه «۴»

(مفسر داویناهی - بجنورد)

ترجمه گزینه «۴»: «زیادی کلسترول همیشه خطری را برای انسان باعث می شود» که طبق متن نادرست است.

تشریح گزینه های دیگر

گزینه «۱»: بیماری های قلب به تمام کشورهای جهان اختصاص می یابد!
گزینه «۲»: کلسترول ماده ای است که بدن از آن بی نیاز نیست!
گزینه «۳»: فعالیت بدنی از دلایل سلامت قلب است!

(درک مطلب)

۵۷- گزینه «۲»

(مفسر داویناهی - بجنورد)

بر اساس متن از دلایل تاثیر منفی بر تپش های قلب:
گزینه «۱»: کم تحرکی و عدم فعالیت بدنی
گزینه «۲»: سیگار کشیدن و بکار بردن نیکوتین
گزینه «۳»: زیادی کلسترول به شکل طبیعی
گزینه «۴»: بالا رفتن فشار خون

(درک مطلب)

۵۸- گزینه «۳»

(مفسر داویناهی - بجنورد)

ترجمه گزینه «۳»: «انسان در این دنیا با بیماری های مختلف محاصره شده است» که طبق متن درست است.

تشریح گزینه های دیگر

گزینه «۱»: «وجود کلسترول هیچ فایده ای در بدن ندارد» که طبق متن نادرست است.
گزینه «۲»: «قلب کارهای روزانه اش را به وسیله تپش های قلب انجام می دهد» که طبق متن نادرست است.
گزینه «۴»: «بیماری های قلب به کشورهای جهان سوم اختصاص دارد» که طبق متن نادرست است.

(درک مطلب)

۵۹- گزینه «۴»

(مفسر داویناهی - بجنورد)

تشریح گزینه های دیگر

گزینه «۱»: باب انفعال: باب افتعال
گزینه «۲»: فاعله محذوف: فعل معلوم
گزینه «۳»: باب انفعال: باب افتعال مجهول: معلوم (تلیل صرفی و ممل اعرابی)

۶۰- گزینه «۳»

(مفسر داویناهی - بجنورد)

تشریح گزینه های دیگر

گزینه «۱»: مفرده عادی: مفرده عدوآمیتدا: مضاف الیه
گزینه «۲»: اسم فاعل نیست/صفت: مضاف الیه
گزینه «۴»: اسم مبالغه نیست/ جارومجورور: مضاف الیه (تلیل صرفی و ممل اعرابی)

۶۱- گزینه «۲»

(ولی برقی - ایبر)

«مصلح» نادرست است و باید به صورت «مصلح» باشد. (فبط حرکات)

۶۲- گزینه «۲»

(ولی برقی - ایبر)

(الحیة = عیش) (مفهوم)

۶۳- گزینه «۳»

(مرتضی کاظم شیروزی)

در گزینه «۱»: اهدی: فعل شرط، هو خیرهم: جواب شرط جمله اسمیه / در گزینه «۲»: تفکرتم: فعل شرط، سوف تشاهدون: جواب شرط جمله فعلیه / در گزینه «۴»: کنت: فعل شرط، سأفعل: جواب شرط. (انواع جملات)

۶۴- گزینه «۲»

(الله مسیح فواه)

متعلم در گزینه «۲» مبتدا بوده و برای آن جمله وصفیه آمده است. (انواع جملات)

۶۵- گزینه «۲»

(مرتضی کاظم شیروزی)

فعل ناقص «کان» در صورتی ماضی است که در ترجمه بتوان از واژه «بود» استفاده کرد. نکته ۱: جواب شرط را می توان مضارع ترجمه کرد. / در گزینه ۱: اگر بیشتر تلاش کنی از برترین دانش آموزان می شوی. نکته ۲: هرگاه در جمله «ان+کان» بیاید به صورت «است» ترجمه می شود. / در گزینه ۳: بی گمان خداوند به هر چیزی دانا است/ نکته ۳: مفهوم جمله اگر به خدا باز گردد، چون برای همیشه است لذا نمی توان آن را محدود به گذشته دانست. / در گزینه ۴: خداوند به آن چه انجام می دهید بینا است. اما در گزینه ۲ کان+یأمل به معنای ماضی استمراری است (آرزو می کرد).

(انواع جملات)

زبان انگلیسی ۲

۶۶- گزینه «۴»

(علی شکوهی)

ترجمه جمله: «کل بحث بیهوده بود. آن قدر از جدال بی‌بایانشان کسب شدم که مدت‌ها پیش از اتمام آن جلسه، سالن را ترک کردم.»

- (۱) کسل کننده
(۲) کسل کردن
(۳) به‌طور کسل کننده
(۴) کسل

نکته مهم درسی

“get” فعل ربطی است، بنابراین بعد از آن باید از صفت استفاده کنیم. گزینه‌های «۲» و «۳» به ترتیب فعل و قید هستند و نمی‌توانند درست باشند. گزینه «۱» صفت فاعلی است و با توجه به مفهوم جمله به صفت مفعولی نیاز داریم. (گرامر)

۶۷- گزینه «۲»

(علی شکوهی)

ترجمه جمله: «او هرگز ترقی نخواهد کرد، اگر نیاموزد که نسبت به مشتریان مؤدب‌تر باشد.»

نکته مهم درسی

چون بعد از “if” از فعل زمان حال ساده استفاده شده، با شرطی نوع اول سروکار خواهیم داشت؛ بنابراین در جای خالی باید از آینده ساده استفاده کنیم (رد گزینه‌های «۳» و «۴»). دلیل نادرستی گزینه «۱» استفاده از قید تکراری “never” قبل از فعل کمکی “will” است. همان‌طور که می‌دانید جایگاه قیده‌های تکرار بعد از فعل کمکی و قبل از فعل اصلی است. (گرامر)

۶۸- گزینه «۳»

(عمید مهربان‌راد)

- (۱) مجموعه
(۲) مهارت
(۳) میزان، مقدار
(۴) تجربه

(کلوز تست)

۶۹- گزینه «۲»

(عمید مهربان‌راد)

- (۱) بیماری
(۲) سلامتی
(۳) خوشحالی
(۴) تجارت

(کلوز تست)

۷۰- گزینه «۴»

(عمید مهربان‌راد)

نکته مهم درسی
باتوجه به معنای جمله، تنها می‌توان از “something” استفاده کرد. (کلوز تست)

۷۱- گزینه «۱»

(عمید مهربان‌راد)

- (۱) بیماری
(۲) اعتیاد
(۳) ضربان
(۴) فشار

(کلوز تست)

۷۲- گزینه «۳»

(عمید مهربان‌راد)

نکته مهم درسی
در جمله شرطی نوع اول در بند پاسخ شرط، پس از فعل وجهی “will” شکل ساده فعل می‌آید. (کلوز تست)

۷۳- گزینه «۲»

(تیمور رهمتی)

ترجمه جمله: «کدام‌یک از گزینه‌های زیر بهترین عنوان برای این متن است؟»
«ایجاد (گسترش) آزمون‌های چند گزینه‌ای»

(درک مطلب)

۷۴- گزینه «۳»

(تیمور رهمتی)

ترجمه جمله: «کلمه زیر خطدار “their” در پاراگراف «۱» به “leaders and managers” اشاره دارد.»

(درک مطلب)

۷۵- گزینه «۱»

(تیمور رهمتی)

ترجمه جمله: «نزدیک‌ترین کلمه از نظر معنایی به کلمه زیر خطدار “pursue” در پاراگراف «۲» “follow” (دنبال کردن) است.»

(درک مطلب)

۷۶- گزینه «۴»

(تیمور رهمتی)

ترجمه جمله: «منظور نویسنده متن از ذکر “the Greeks and Chinese” (یونانیان و چینی‌ها) چیست؟»

«برای این‌که نشان بدهد انتخاب افراد براساس توانایی ذهنی آن‌ها ایده جدیدی نیست.»

(درک مطلب)

۷۷- گزینه «۳»

(تیمور رهمتی)

ترجمه جمله: «کدام‌یک از گزینه‌های زیر بهترین عنوان برای متن است؟»

«تکنیک‌هایی برای کنترل ذهن دیگران»

(درک مطلب)

۷۸- گزینه «۲»

(تیمور رهمتی)

ترجمه جمله: «نزدیک‌ترین کلمه از نظر معنایی به کلمه زیر خطدار “certain” در پاراگراف «۲»، “particular” (خاص) است.»

(درک مطلب)

۷۹- گزینه «۲»

(تیمور رهمتی)

ترجمه جمله: «کلمه زیر خطدار “them” در پاراگراف «۳» به “individuals” (افراد) اشاره دارد.»

(درک مطلب)

۸۰- گزینه «۴»

(تیمور رهمتی)

ترجمه جمله: «طبق متن، کدام‌یک از جملات زیر درست نیست؟»

«هیپنوتیزم و شستشوی مغزی تنها تکنیک‌های کنترل ذهن دیگران هستند.»

(درک مطلب)

حسابان ۱

گزینه «۱» -۸۱

(یاسین سپهر)

$$a_8 = 23 \Rightarrow a_1 + 7d = 23$$

$$a_{11} = 47 \Rightarrow a_1 + 10d = 47$$

$$\Rightarrow 6d = 24 \Rightarrow d = 4, a_1 + 16 = 23 \Rightarrow a_1 = 7$$

$$S_{13} = \frac{13}{2}(2 \times 7 + 4(13-1)) = \frac{13}{2}(14 + 48) = 403$$

گزینه «۳» -۸۲

(پناه‌بش نیکنام)

$$\sqrt{4x+1} = 5 - 2\sqrt{3-x}$$

$$\xrightarrow{\text{توان } 2} 4x+1 = 25 + 4(3-x) - 20\sqrt{3-x}$$

$$\Rightarrow 20\sqrt{3-x} = -8x + 36 \xrightarrow{+4} 5\sqrt{3-x} = -2x + 9$$

$$\xrightarrow{\text{توان } 2} 25(3-x) = 4x^2 - 36x + 81 \Rightarrow 4x^2 - 11x + 6 = 0$$

معادله بالا ۲ جواب حقیقی دارد که مجموع آن‌ها برابر است با $\frac{11}{4}$.

گزینه «۴» -۸۳

(علی شهبازی)

نقطه A را به صورت $(\alpha, \sqrt{\alpha})$ در نظر می‌گیریم.

فاصله $(\alpha, \sqrt{\alpha})$ از خط $x + y - 2 = 0$ را حساب می‌کنیم و برابر با $2\sqrt{2}$

قرار می‌دهیم:

$$\frac{|\alpha + \sqrt{\alpha} - 2|}{\sqrt{1^2 + 1^2}} = 2\sqrt{2} \Rightarrow |\alpha + \sqrt{\alpha} - 2| = 4$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \alpha + \sqrt{\alpha} - 2 = 4 \Rightarrow \alpha + \sqrt{\alpha} - 6 = 0 \\ \alpha + \sqrt{\alpha} - 2 = -4 \Rightarrow \alpha + \sqrt{\alpha} = -2 \end{cases}$$

معادله اول را با تجزیه کردن عبارت سمت چپ تساوی حل می‌کنیم.

$$\alpha + \sqrt{\alpha} - 6 = 0 \Rightarrow (\sqrt{\alpha} - 2)(\sqrt{\alpha} + 3) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \sqrt{\alpha} = 2 \Rightarrow \alpha = 4 \Rightarrow A(4, 2) \\ \sqrt{\alpha} = -3 \text{ ق.ق. غ.} \end{cases}$$

حالا فاصله $A(4, 2)$ را تا مبدأ مختصات حساب می‌کنیم:

$$OA = \sqrt{x_A^2 + y_A^2} = \sqrt{4^2 + 2^2} = 2\sqrt{5}$$

گزینه «۳» -۸۴

(وفیر ون آباری)

با استفاده از تغییر متغیر $t = x^2 + 2x + 1$ داریم:

$$y = \left[\frac{t+3}{t+1} \right] = \left[1 + \frac{2}{t+1} \right]$$

حال داریم:

$$t \geq 0 \Rightarrow t+1 \geq 1 \Rightarrow 0 < \frac{1}{t+1} \leq 1 \Rightarrow 0 < \frac{2}{t+1} \leq 2$$

$$\Rightarrow 1 < 1 + \frac{2}{t+1} \leq 3 \Rightarrow \left[1 + \frac{2}{t+1} \right] = 1 \text{ یا } 2 \text{ یا } 3$$

مجموع اعضای برد برابر ۶ است.

گزینه «۴» -۸۵

(علی سلامت)

ابتدا برای محاسبه $g(y)$ در تساوی $f^{-1}(x) = g(4x-1)$ به جای x

عدد ۲ را قرار می‌دهیم:

$$f^{-1}(x) = g(4x-1) \xrightarrow{x=2} f^{-1}(2) = g(7)$$

در تساوی $(hofog)(y) = 0$ به جای $f(y)$ ، $f^{-1}(2)$ را قرار می‌دهیم و

طبق $f(f^{-1}(x)) = x; x \in D_{f^{-1}}$ آن را به صورت زیر ساده می‌کنیم:

$$h(f(g(y))) = h(f(f^{-1}(2))) = h(2) \Rightarrow h(y) = 0$$

حال از آنجایی که $y = h(x)$ تابعی یک‌به‌یک است، برای یافتن صفرهای

$$y = h(3x^2 + 5x + 4)$$
 کافی است به صورت زیر عمل کنیم:

$$3x^2 + 5x + 4 = 2 \Rightarrow 3x^2 + 5x + 2 = 0 \xrightarrow{\Delta > 0} \alpha\beta = \frac{c}{a} = \frac{2}{3}$$

گزینه «۱» -۸۶

(یاسین سپهر)

$$\log_r a + \log_r(a-1) + \log_r 4 = 3 \Rightarrow \log_r(a(a-1) \times 4) = 3$$

$$\Rightarrow 4a(a-1) = 2^3 \Rightarrow a(a-1) = 2$$

$$\Rightarrow a^2 - a - 2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} a_1 = 2 \\ a_2 = -1 \text{ ق.ق. غ.} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \log_a 8 = \log_r 8 = \log_r 2^3 = 3 \log_r 2 = 3$$

(میلاد منصوری)

گزینه «۳» -۸۹

چون $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + ax + b}{x^2 + x - 2} = 3$ است، و از آنجا که وقتی $x \rightarrow 1$ مخرج این

کسر صفر می‌شود، پس حتماً صورت آن نیز باید صفر باشد:

$$1 + a + b = 0 \Rightarrow a + b = -1$$

بنابراین، $x^2 + ax + b$ دارای عاملی به صورت $(x-1)(x+m)$ است.

داریم:

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x+m)}{(x+2)(x-1)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x+m}{x+2} = \frac{1+m}{3} = 3 \Rightarrow m = 8$$

یعنی $x^2 + ax + b = (x-1)(x+8) = x^2 + 7x - 8$ است. پس $a = 7$

و $b = -8$.

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 7} \frac{x^2 - 7x}{-8x + 56} = \lim_{x \rightarrow 7} \frac{x(x-7)}{-8(x-7)} = \lim_{x \rightarrow 7} \frac{x}{-8} = -\frac{7}{8}$$

(سعید علم‌پور)

گزینه «۳» -۹۰

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} [x^x - 1] = [(-1)^-] = -2$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1 - \cos \sqrt{x}}{ax^x} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sqrt{x} \sin \sqrt{x}}{ax^x}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sqrt{x}}{a} \left(\frac{\sin \sqrt{x}}{\sqrt{x}} \right) = \left(\frac{\sqrt{x}}{a} \right) (1) = \frac{\sqrt{x}}{a}$$

$$\frac{\sqrt{x}}{a} \rightarrow \frac{\sqrt{x}}{a} = -2 \Rightarrow a = -1$$

$$\frac{\sqrt{x}}{a} \rightarrow 3a + b = -2 \xrightarrow{a=-1} b = 1$$

$$\Rightarrow a + b = 0$$

(سراسری تبری)

گزینه «۳» -۸۷

$$\begin{cases} \sin 16^\circ = \sin(18^\circ - 2^\circ) = \sin 2^\circ \\ \cos 20^\circ = \cos(18^\circ + 2^\circ) = -\cos 2^\circ \\ \cos 11^\circ = \cos(9^\circ + 2^\circ) = -\sin 2^\circ \\ \sin 7^\circ = \cos(9^\circ - 2^\circ) = \cos 2^\circ \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{\sin 16^\circ - \cos 20^\circ}{\cos 11^\circ + \sin 7^\circ} = \frac{\sin 2^\circ + \cos 2^\circ}{-\sin 2^\circ + \cos 2^\circ}$$

با تقسیم صورت و مخرج کسر بالا بر $\cos 2^\circ$ داریم:

$$\frac{\tan 2^\circ + 1}{-\tan 2^\circ + 1} = \frac{1/26}{0/64} = \frac{17}{8}$$

(علی سلامت)

گزینه «۲» -۸۸

ابتدا دو کسر موجود در عبارت A را هم مخرج کرده و سپس به کمک

رابطه $\sin x \cdot \cos x = \frac{1}{2} \sin 2x$ مخرج را ساده می‌کنیم:

$$A = \frac{\sin 22 / 5^\circ + \cos 22 / 5^\circ}{\sin 22 / 5^\circ \cdot \cos 22 / 5^\circ} = \frac{\sin 22 / 5^\circ + \cos 22 / 5^\circ}{\frac{1}{2} \sin 45^\circ}$$

در مرحله بعد قرار می‌دهیم $B = \sin 22 / 5^\circ + \cos 22 / 5^\circ$ و سپس طرفین

این تساوی را به توان ۲ می‌رسانیم:

$$B^2 = (\sin 22 / 5^\circ + \cos 22 / 5^\circ)^2$$

$$= \sin^2 22 / 5^\circ + \cos^2 22 / 5^\circ + 2 \sin 22 / 5^\circ \cdot \cos 22 / 5^\circ = 1 + \sin 45^\circ$$

$$B^2 = 1 + \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{2 + \sqrt{2}}{2} \Rightarrow B = \frac{\sqrt{2 + \sqrt{2}}}{\sqrt{2}}$$

اکنون با به دست آمدن B، مقدار A را محاسبه می‌کنیم:

$$A = \frac{\sqrt{2 + \sqrt{2}}}{\sqrt{2}} = 2\sqrt{2 + \sqrt{2}} \cdot \frac{1}{2 \times \frac{1}{\sqrt{2}}}$$

(رضا عباسی اصل)

گزینه «۴» - ۹۴

اگر a طول یک ضلع چندضلعی منتظم محیطی و b طول یک ضلع چندضلعی منتظم محاطی دایره باشد، بنا به تمرین ۷ صفحه ۳۰ کتاب درسی داریم:

$$\frac{a}{b} = \frac{r \tan \frac{180^\circ}{n}}{r \sin \frac{180^\circ}{n}} \Rightarrow \frac{18}{9} = \frac{\frac{\sin \frac{180^\circ}{n}}{\cos \frac{180^\circ}{n}}}{\frac{\sin \frac{180^\circ}{n}}{1}} \Rightarrow 2 = \frac{1}{\cos \frac{180^\circ}{n}}$$

$$\Rightarrow \cos \frac{180^\circ}{n} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{180^\circ}{n} = 60^\circ \Rightarrow n = 3$$

پس چندضلعی‌های مفروض، مثلث متساوی‌الاضلاع هستند و داریم:

$$2P = 18 \Rightarrow P = 9: a = \frac{18}{3} = 6 \Rightarrow S = \frac{\sqrt{3}}{4} \times 6^2 = 9\sqrt{3}$$

$$\text{شعاع دایره محاطی } r = \frac{S}{P} = \frac{9\sqrt{3}}{9} = \sqrt{3}$$

(امیرمسین ابومصوب)

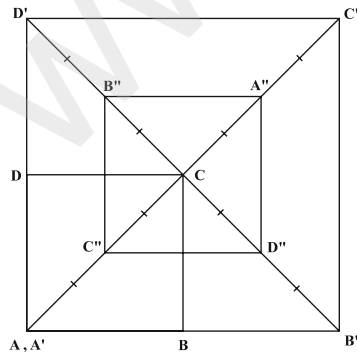
گزینه «۳» - ۹۵

بازتاب، تبدیلی طولی است، پس اندازه زاویه را حفظ می‌کند. از طرفی تمام نقاط روی محور بازتاب، تحت بازتاب، ثابت می‌مانند، پس بازتاب دارای بی‌شمار نقطه ثابت است. ولی بازتاب لزوماً شیب خط را ثابت نگه نمی‌دارد.

(رضا عباسی اصل)

گزینه «۳» - ۹۶

با توجه به مفروضات مسئله، شکل زیر را خواهیم داشت، که در آن داریم:



$$S_{A'B'C'D'} = 2^2 \times S_{ABCD} = 4S_{ABCD}$$

$$S_{A''B''C''D''} = \left(-\frac{1}{2}\right) \times S_{A'B'C'D'} = \frac{1}{4} \times 4S_{ABCD} = S_{ABCD}$$

هندسه ۲

گزینه «۴» - ۹۱

(رضا عباسی اصل)

$$AB = BC \Rightarrow \widehat{AB} = \widehat{BC}$$

$$115^\circ = \frac{\widehat{BC} + \widehat{AD}}{2} \Rightarrow \widehat{BC} + \widehat{AD} = 230^\circ \xrightarrow{\widehat{BC} = \widehat{AB}}$$

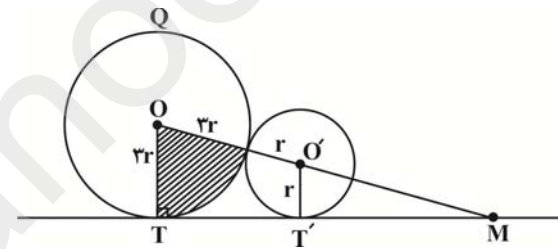
$$\Rightarrow \widehat{AB} + \widehat{AD} = 230^\circ \Rightarrow \widehat{BAD} = 230^\circ$$

$$\widehat{BCD} = \frac{\widehat{BAD}}{2} = \frac{230^\circ}{2} = 115^\circ$$

(علی فتح آباری)

گزینه «۳» - ۹۲

مساحت قطاع سایه‌خورده به اندازه زاویه O بستگی دارد. از طرفی دو زاویه M و O متمم یکدیگر می‌باشند، پس کافی است اندازه M را به دست آوریم.



$$\Delta MOT : OT \parallel O'T' \rightarrow \frac{MO'}{MO} = \frac{O'T'}{OT} \rightarrow \frac{MO'}{MO + 4r} = \frac{1}{3}$$

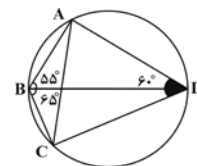
$$\rightarrow 3MO' = MO + 4r \rightarrow MO' = 2r$$

$$\sin \hat{M} = \frac{OT}{MO} = \frac{3r}{6r} = \frac{1}{2} \rightarrow \hat{M} = 30^\circ \rightarrow \hat{O} = 60^\circ$$

بنابراین مساحت قطاع سایه‌خورده $\frac{60^\circ}{360^\circ} = \frac{1}{6}$ مساحت دایره بزرگ‌تر می‌باشد.

(رضا عباسی اصل)

گزینه «۴» - ۹۳



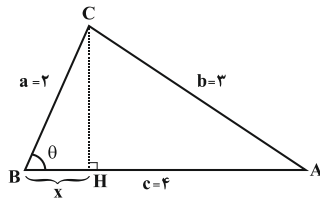
با توجه به اینکه $\widehat{ABC} + \widehat{ADC} = 180^\circ$ ، پس چهارضلعی ABCD محاطی است. دایره محیطی آن را رسم می‌کنیم. داریم:

$$\widehat{CAD} = \widehat{CBD} = \frac{\widehat{CD}}{2}$$

$$\Rightarrow \widehat{CAD} = 65^\circ$$

(سیامک کریمی)

گزینه «۲» - ۹۹



$$b^2 = a^2 + c^2 - 2accos\theta$$

$$\Rightarrow 9 = 4 + 16 - 16cos\theta \Rightarrow 11 = 16cos\theta \Rightarrow cos\theta = \frac{11}{16}$$

x اندازه تصویر قائم ضلع BC بر ضلع AB است، بنابراین در مثلث

قائم الزاویه BCH داریم:

$$cos\theta = \frac{x}{BC} = \frac{x}{4} \Rightarrow \frac{x}{4} = \frac{11}{16} \Rightarrow x = \frac{11}{4}$$

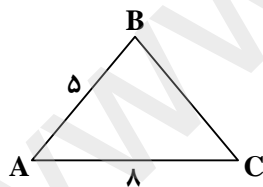
(عمیرضا سپوری)

گزینه «۱» - ۱۰۰

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} AB \times AC \times \sin \hat{A}$$

$$10\sqrt{3} = \frac{1}{2} \times 5 \times 8 \times \sin \hat{A} \Rightarrow 10\sqrt{3} = 20 \sin \hat{A}$$

$$\Rightarrow \sin \hat{A} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \hat{A} = 60^\circ$$



از طرفی طبق قضیه کسینوسها داریم:

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB \times AC \times \cos \hat{A}$$

$$BC^2 = 25 + 64 - 2(5)(8) \times \cos 60^\circ$$

$$\Rightarrow BC^2 = 89 - 40 = 49 \Rightarrow BC = 7$$

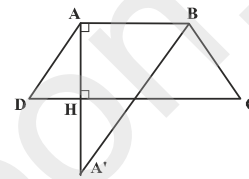
$$\text{محیط مثلث} = 5 + 8 + 7 = 20$$

پس مساحت سطح محصور بین چهارضلعی‌های $A'B'C'D'$ و $A''B''C''D''$ برابر مساحت ABCD است.

(امیرحسین ایومبوب)

گزینه «۲» - ۹۷

برای پیدا کردن کمترین مقدار $MA + MB$ به گونه‌ای که M روی قاعده CD باشد، کافی است بازتاب نقطه A را نسبت به خط CD یافته و آن را A' بنامیم و سپس مقدار $A'B$ را به دست آوریم (این مقدار دقیقاً برابر با کمترین مقدار $MA + MB$ است).



با توجه به مفروضات سؤال داریم:

$$S_{ABCD} = \frac{1}{2} AH(AB + CD) \Rightarrow 29 = \frac{1}{2} AH(5 + 8) \Rightarrow AH = 6$$

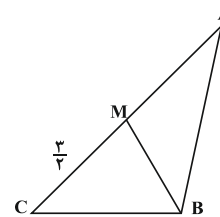
$$\Rightarrow AA' = 12$$

$$\Delta A'B: A'B^2 = AA'^2 + AB^2 = 144 + 25 = 169 \Rightarrow A'B = 13$$

(میلاد منهوری)

گزینه «۱» - ۹۸

$$a + b + c = 15 \xrightarrow{b=5} a + c = 10$$



طبق قضیه نیمسازهای زوایای داخلی داریم:

$$\frac{CM}{MA} = \frac{BC}{AB} \Rightarrow \frac{\frac{3}{2}}{\frac{3}{2}} = \frac{a}{c} \Rightarrow \frac{a}{c} = \frac{3}{7}$$

$$\Rightarrow \frac{a}{a+c} = \frac{3}{10} \xrightarrow{a+c=10} \begin{cases} a=3 \\ c=7 \end{cases}$$

پس طول کوچکترین ضلع مثلث، برابر ۳ است.

آمار و احتمال

۱-۱ گزینۀ «۳»

(سعید جعفری کافعی آبار)

p	q	~q	p ∧ q	p ∨ ~q	(p ∧ q) ⇒ (p ∨ ~q)
د	د	ن	د	د	د
د	ن	د	ن	د	د
ن	د	ن	ن	ن	د
ن	ن	د	ن	د	د

۱-۲ گزینۀ «۴»

(رضا پورمسینی)

$$\begin{aligned} 4 &= x - 3 \Rightarrow x = 7 \\ x &= y - 1 \Rightarrow y = x + 1 \Rightarrow y = 8 \\ \{y - 1, z + 2\} &= \{7, 2\} \xrightarrow{y-1=7} z + 2 = 3 \Rightarrow z = 1 \\ \Rightarrow x + y + z &= 7 + 8 + 1 = 16 \end{aligned}$$

۱-۳ گزینۀ «۱»

(سعید جعفری کافعی آبار)

$$\begin{aligned} [(B - A)' - A]' &= [(B \cap A)' \cap A']' \\ &= [(B' \cup A) \cap A']' \\ &= [(B' \cap A') \cup \underbrace{(A \cap A')}_{\Phi}]' = (B' \cap A')' = A \cup B \end{aligned}$$

۱-۴ گزینۀ «۲»

(امیرمسین ابومسیوب)

$$S: \text{اعداد ۳ رقمی} \Rightarrow n(S) = 900$$

$$A: \text{اعداد زوج ۳ رقمی} \Rightarrow n(A) = \left[\frac{999}{2} \right] - \left[\frac{99}{2} \right] = 450$$

$$B: \text{اعداد ۳ رقمی مضرب ۳} \Rightarrow n(B) = \left[\frac{999}{3} \right] - \left[\frac{99}{3} \right] = 300$$

$$A \cap B: \text{اعداد ۳ رقمی مضرب ۶} \Rightarrow n(A \cap B) = \left[\frac{999}{6} \right] - \left[\frac{99}{6} \right] = 150$$

$$P(A' \cap B') = 1 - P(A \cup B)$$

$$= 1 - \left(\frac{450}{900} + \frac{300}{900} - \frac{150}{900} \right) = \frac{300}{900} = \frac{1}{3}$$

۱-۵ گزینۀ «۱» (یاسین سپهر)

اگر مهره سفید را با A و مهره غیرسفید را با B نمایش دهیم، آنگاه فضای نمونه «کاهش یافته» به صورت زیر خواهد بود.

$$S = \{AAAB, AABA, ABAA, BAAA\}$$

پیشامد سفید بودن مهره‌های اول و سوم در این فضای نمونه دو عضو دارد.

بنابراین جواب مسئله $\frac{2}{4} = \frac{1}{2}$ می‌باشد.

۱-۶ گزینۀ «۱» (عادل مسینی)

$$P(\text{غیر هم‌رنگ}) = P(\text{اولی سفید}) \cdot P(\text{دومی غیر سفید}) + P(\text{اولی سیاه}) \cdot P(\text{دومی سیاه})$$

$$= \frac{5}{15} \times \frac{8}{15} + \frac{10}{15} \times \frac{10}{15} = \frac{140}{225} = \frac{28}{45}$$

۱-۷ گزینۀ «۳» (عادل مسینی)

$$\begin{cases} P(A) = P(B) = x \\ P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B) = x^2 \end{cases}$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$\Rightarrow 2x - x^2 = 0 / 64 \Rightarrow \begin{cases} x = 1/6 & \text{غ.ق.} \\ x = 0/4 \end{cases}$$

$$\Rightarrow P(A) = P(B) = 0/4, P(A \cap B) = 0/16$$

$$P(A - B) = P(A) - P(A \cap B) = 0/4 - 0/16 = 0/24$$

۱۰۸- گزینه «۴»

(عارل حسینی)

اگر داده‌های اصلی را با y_i نمایش دهیم، رابطه y_i با x_i (داده‌های جدول)

به صورت $x_i = \frac{y_i - 95}{100}$ می‌باشد:

$$y_i = 100x_i + 95$$

$$\Rightarrow \bar{y} = 100\bar{x} + 95$$

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^6 w_i x_i}{\sum_{i=1}^6 w_i}$$

$$= \frac{2 \times (-3) + 4 \times (-2) + 5 \times (-1) + 6 \times 0 + 2 \times 1 + 1 \times 2}{2 + 4 + 5 + 6 + 2 + 1} = -\frac{3}{4}$$

$$\bar{y} = 100 \left(-\frac{3}{4} \right) + 95 = 20$$

۱۰۹- گزینه «۴»

(سعید یعقوبی کافی آبار)

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} = \frac{30}{6} = 5$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n}} = \sqrt{\frac{4 + 1 + 1 + 1 + 1 + 4}{6}} = \sqrt{2}$$

$$\Rightarrow CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{\sqrt{2}}{5} = 0.28$$

۱۱۰- گزینه «۲»

(امیرمسین ابومصوب)

اختلاف بین شماره‌های اولین و چهارمین دانش‌آموز انتخاب شده، سه برابر

تعداد اعضای گروه‌ها (طول طبقات) است. بنابراین داریم:

$$\text{تعداد اعضای هر گروه} = \frac{42 - 6}{3} = 12$$

$$\text{تعداد گروه‌ها} = \frac{180}{12} = 15$$