

دفترچه پاسخ

آزمون ۶ تیر ۱۳۹۹

دوازدهم ریاضی (عمومی و اختصاصی)

 [instagram.com/ kanoonir\\_12r](https://www.instagram.com/kanoonir_12r)



# دفترچه پاسخ

عمومی دوازدهم

(ریاضی)

۶ تیر ماه ۱۳۹۹

مراحان

رضا ایزدی، ولی برجی، محمد داور بناهی، هادی پولادی، مجید فاتحی، مرتضی کاظم‌شیرودی، محمد کاظمی نصرآبادی، الهه مسیح‌خواه، خالد مشیربناهی، فاطمه منصورخاکی، ولی‌اله نوروزی	عربی زبان قرآن
تیمور رحمتی، میرحسین زاهدی، علی شکوهی، ساسان عزیزی‌نژاد، حمید مهدیان‌راد	زبان انگلیسی

گزینشگران و ویراستاران

نام درس	مسئول درس	گزینشگر	گروه ویراستاری	رتبه برتر	گروه مستندسازی
عربی (زبان قرآن)	مهدی نیکزاد	فاطمه منصورخاکی	حسام حاج‌مؤمن، محمدعلی مرتضوی	محمدحسین اسلامی	لیلا ایزدی
زبان انگلیسی	سپیده عرب	سپیده عرب	رحمت‌اله استیری محدثه مرآتی	بهراد احمدپور	سپیده جلالی

گروه فنی و تولید

مدیر گروه	الهام محمدی
مسئول دفترچه	معصومه شاعری
مستندسازی و مطابقت با مصوبات	مدیر، فاطمه رسولی‌نسب، مسئول دفترچه، فریبا رنوفی
صفحه‌آرا	زهرا تاجیک
نظارت چاپ	علیرضا سعدآبادی

گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلم‌چی (وقف عام)

آدرس دفتر مرکزی: خیابان انقلاب - بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - تلفن چهار رقمی: ۰۲۱-۶۶۶۳

#### پدیدآورندگان

نام درس	نام طراحان (به ترتیب حروف الفبا)
حسابان	عادل حسینی - امیر هوشنگ خمسه - طاهر دادستانی - یاسین سپهر - میلاد سجادی لاریجانی - علی سلامت جیب شفیعی - علی شهبابی - فرنود فارسیجانی - سعید علم‌پور - حمید عزیزاده - مهدی غفاری - کیان کریمی خراسانی - میلاد منصوری - جهانیش نیکنام - وحید ون آبادی
هندسه	امیر حسین ابومحبوب - سعید جعفری کافی آباد - عادل حسینی - محمد خندان - مسعود درویشی - علی ساوجی حمیدرضا سجودی - علی فتح آبادی - فرشاد فرامرزی - رضا عباسی اصل - رحمت عین‌علیان - سیامک کریمی محمدابراهیم گیتی‌زاده - نوید مجیدی - میلاد منصوری - داریوش ناظمی
آمار و احتمال و ریاضیات گسسته	امیر حسین ابومحبوب - سعید جعفری کافی آباد - عادل حسینی - مسعود درویشی - یاسین سپهر - علیرضا شریف خطیبی

#### گروه علمی

نام درس	حسابان	هندسه، آمار و احتمال و ریاضیات گسسته
گزینشگر	عادل حسینی	امیر حسین ابومحبوب
گروه ویراستاری	مرضیه گودرزی علی ارجمند	عادل حسینی
مسئول درس	عادل حسینی	امیر حسین ابومحبوب

#### گروه فنی و تولید

مدیر گروه	محمد اکبری
مسئول دفترچه	عادل حسینی
گروه مستندسازی	مدیر گروه: فاطمه رسولی‌نسب
حروف‌نگار و صفحه‌آرا	حسن خرم‌جو - ندا اشرفی
ناظر چاپ	سوران نعیمی

#### گروه آزمون

#### بنیاد علمی آموزشی قلم‌چی (وقف عام)

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - کانون فرهنگی آموزش - تلفن: ۰۲۱-۶۴۶۳

## عربی، زبان قرآن ۱

## ۱- گزینه «۱»

(مرثی کاطم شیروی)

«هدانا»: ما را هدایت کرد (رد گزینه ۳) / «هَاتِنَا لِنَهْتَدِي»: راه نمی‌یافتیم، هدایت نمی‌شدیم (رد گزینه ۲) / «لَوْلَا أَنْ هَدَانَا اللَّهُ»: اگر خدا ما را هدایت نکرده بود (رد گزینه ۴) (ترجمه)

## ۲- گزینه «۲»

(ولی برهی - ابهر)

تشریح گزینه‌های دیگر

گزینه «۱»: وارد کرد  
گزینه «۳»: این سازمان  
گزینه «۴»: آمد

(ترجمه)

## ۳- گزینه «۴»

(ولی برهی - ابهر)

تشریح گزینه‌های دیگر

گزینه «۱»: دلفین‌ها (معرفه نباید باشد)  
گزینه «۲»: می‌دیدم  
گزینه «۳»: فیلمی دیدم

(ترجمه)

## ۴- گزینه «۲»

(ولی اله نوروزی)

کلمه «إعصار» مفرد و به معنای «گردباد» و کلمه «الأسماك» جمع مکسر و به معنای «ماهی‌ها» می‌باشد.

(ترجمه)

## ۵- گزینه «۱»

(فاطمه منصورفالی)

«در بهار»: فی الربیع / «درختان دارای میوه هستند»: للأشجار ثمره / «شاخه‌هایشان»: غصونها، اغصانها / «تروتازه است»: نضرة / «چه زیباست»: ما أجمل / «باغها»: الحدائق / «طبیعت»: الطبیعة

(ترجمه)

## ترجمه درک مطلب:

سیاره زمین سومین سیاره منظومه شمسی است از سمت خورشید بعد از عطارد و زهره، و تا به الان تنها سیاره‌ای است که از حیات انسان‌ها پشتیبانی می‌کند. پس بر روی آن انواع مختلف موجودات زنده زندگی می‌کنند برای ایجاد شرایط مناسب برای زندگی او. به این دلیل که درجه حرارتی که از خورشید به آن می‌رسد به دلیل فاصله مناسب متعادل است، همان‌طور که آب یافت می‌شود که به رشد گیاهان کمک می‌کند و اکسیژن ضروری برای تنفس موجودات زنده و حمایت می‌کند؛ محافظ جوی از سطح زمین در مقابل اشعه مضر خورشید که از خورشید می‌آید و کمک می‌کند به توزیع درجه حرارت بر روی سطح زمین و به آسمان رنگ آبی زیبا در طول روز می‌دهد. مسافت بین طبقه اول محافظ جوی و سطح زمین ۱۵ کیلومتر است تقریباً. بین آخرین طبقه جوی و سطح زمین ۴۰۰ کیلومتر فاصله است تقریباً.

## ۶- گزینه «۳»

(الله مسیح فواه)

فقط اکسیژن در متن گفته شده است نه گازهای مختلف!

(درک مطلب)

## ۷- گزینه «۲»

(الله مسیح فواه)

«ستکون» غلط است چون شاید در آینده سیاره‌های دیگر قابلیت زندگی پیدا کنند (در متن گفته شده است: حتی الان)

(درک مطلب)

## ۸- گزینه «۴»

(الله مسیح فواه)

دلیلی درباره عدم حیات در سیارات دیگر در متن موجود نیست.

(درک مطلب)

## ۹- گزینه «۳»

(الله مسیح فواه)

تشریح گزینه‌های دیگر

گزینه «۱»: در این گزینه «بزیاده حرف واحد» نادرست است.  
گزینه «۲»: در این گزینه ثلاثی مزید نادرست است.  
گزینه «۴»: در این گزینه «للمخاطب، مفعوله (المیاه)» نادرست است.

(تعلیل صرفی و ممل اعرابی)

## ۱۰- گزینه «۲»

(الله مسیح فواه)

تشریح گزینه‌های دیگر

گزینه «۱»: اسم فاعل من فعل مجرد نادرست است.  
گزینه «۳»: معرفه نادرست است.  
گزینه «۴»: اسم مفعول نادرست است.

(تعلیل صرفی و ممل اعرابی)

## ۱۱- گزینه «۴»

(فاطمه منصورفالی)

در این گزینه، «مرسل» اسم فاعل است و باید به صورت «مُرْسِلٌ» باشد (فرستنده نام در جایی دور زندگی می‌کند).

(فبیط حرکات)

## ۱۲- گزینه «۴»

(فاله مشیرپناهی - دهکلان)

در گزینه «۴» آمده است: «جایی برای پرواز هواپیماها = تایر (چهارچوب)» که نادرست است، چرا که توضیح داده شده مربوط به «مطار: فرودگاه» است.

تشریح گزینه‌های دیگر

گزینه «۱»: «بیماری‌ای که به سر مرتبط است = سردرد»  
گزینه «۲»: «جسمی برای برخی بازی‌های ورزشی = توپ»  
گزینه «۳»: «بیماری‌ای که به بینی مرتبط است = سرماخوردگی»

(مفهوم)

## ۱۳- گزینه «۲»

(مرثی کاطم شیروی)

توضیح: «أنت» برای تاکید فعل است. ترجمه عبارت چنین است: «ای آدم فقط تو و همسرت وارد بهشت شوید!»

(انواع جملات)

## ۱۴- گزینه «۴»

(مهمم داورپناهی - بیفور)

سوال خواسته فعل مجهول مشخص کنید. فعل مجهول معنی «شد، می‌شود» دارد و مفعول ندارد. در گزینه «۴»، «تقدم» فعل مجهول و به معنای «تقدیم می‌شود» است.

تشریح گزینه‌های دیگر

گزینه «۱»: سلب: سلب کردند  
گزینه «۲»: یشاهد: مشاهده می‌کنند/ غرسوا: کاشتند  
گزینه «۳»: کان قد اکتسبوا: بدست آورده بودند

(انواع جملات)

## ۱۵- گزینه «۱»

(مهمم علی کاطمی نصر آباری - کاشان)

در این گزینه (علی، فی، إلی) حرف جر هستند.

تشریح گزینه‌های دیگر

گزینه «۲»: (علی) حرف جر است.  
گزینه «۳»: حرف جری وجود ندارد.  
گزینه «۴»: (فی، فی) حرف جر هستند.

(انواع جملات)



## زبان انگلیسی ۱

## ۱۶- گزینه «۴»

(ساسان عزیز نژاد)

ترجمه جمله: «آن رستوران همیشه پر از آدم است، پس (در نتیجه) آن باید رستوران خیلی خوبی باشد.»

## نکته مهم درسی

یکی از کاربردهای فعل وجهی "must" برای استنباط و نتیجه‌گیری می‌باشد.

(گرامر)

## ۱۷- گزینه «۲»

(ساسان عزیز نژاد)

ترجمه جمله: «لورست بلندترین کوه در جهان است. آن بلندتر از هر کوه دیگری است.»

## نکته مهم درسی

بعد از صفات برترین، برای مکان‌های مفرد از حرف اضافه "in" یا "of" استفاده می‌کنیم. با توجه به بافت جمله داده شده، در جای خالی دوم از صفت برتر استفاده می‌کنیم. گزینه «۴» ترکیب غلطی است.

(گرامر)

## ۱۸- گزینه «۳»

(ساسان عزیز نژاد)

ترجمه جمله: «من و مادرم داشتیم در خیابان قدم می‌زدیم که ناگهان صدای گام‌ها را پشت سرمان شنیدیم.»

## نکته مهم درسی

گذشته ساده (were walking)+when+(heard) گذشته استمراری چون فاعل جمله (My mother and I) جمع است، از فعل کمکی "were" در گذشته استمراری استفاده می‌کنیم (رد گزینه «۱»).

(گرامر)

## ۱۹- گزینه «۴»

(ممد میران‌راد)

ترجمه جمله: «آن تخت‌خواب برای آن پیرزن آن قدر سنگین بود که نمی‌توانست تکانش دهد. بنابراین، لیزا به او کمک کرد آن را به داخل خانه حمل کند.»

(۱) اهمیت دادن

(۲) جمع‌آوری کردن

(واژگان)

(۳) مقایسه کردن

(۴) حمل کردن

## ۲۰- گزینه «۳»

(ممد میران‌راد)

ترجمه جمله: «در هفت دسامبر، بازیگر مشهور آمریکایی، هری مورگان، در سن ۹۶ سالگی در شهر لس‌آنجلس به‌آرامی در خواب فوت کرد.»

(۱) در آوردن [لباس]، برخاستن هواپیما (۲) باور داشتن به

(واژگان)

(۳) فوت کردن

(۴) دست کشیدن

## ۲۱- گزینه «۲»

(ممد میران‌راد)

ترجمه جمله: «مراسم قرار است در روستایی در شمال ایتالیا برگزار شود، بنابراین خیلی برای کودکان و افرادی که از صندلی چرخدار استفاده می‌کنند مناسب نخواهد بود.»

(۱) قابل‌حل

(۲) مناسب

(واژگان)

(۳) میهمان‌نواز

(۴) قابل‌تعویض

## ۲۲- گزینه «۲»

(ممد میران‌راد)

(۱) علامت

(۲) کلید

(۳) موفقیت

(کلوز تست)

(۴) لامپ

## ۲۳- گزینه «۳»

(ممد میران‌راد)

## نکته مهم درسی

برای اشاره به تداوم عملی در زمان گذشته از ساختار گذشته استمراری استفاده می‌کنیم. این زمان از ترکیب «was/were + verb + ing» ساخته می‌شود.

(کلوز تست)

## ۲۴- گزینه «۱»

(ممد میران‌راد)

(۱) اختراع

(۲) مقصد

(۳) جاذبه

(کلوز تست)

(۴) تعطیلی

## ۲۵- گزینه «۲»

(ممد میران‌راد)

## نکته مهم درسی

حرف اضافه واژه "research" به معنای «تحقیق» "on" می‌باشد.

(کلوز تست)

## ۲۶- گزینه «۴»

(ممد میران‌راد)

(۱) اداره

(۲) بیابان

(۳) بهشت

(کلوز تست)

(۴) آزمایشگاه

## ۲۷- گزینه «۱»

(تیمور رحمتی)

ترجمه جمله: «در متن، تاریخ همه موارد زیر را می‌توانیم ببابیم، به‌غیر از زمانی که

(درک مطلب)

میچل نوشتن رمانش را آغاز کرد.»

## ۲۸- گزینه «۲»

(تیمور رحمتی)

ترجمه جمله: «زدیدک‌ترین کلمه از نظر معنایی به کلمه "vivid" در خط «۱۰».

(درک مطلب)

"clear" (روشن، واضح) است.»

## ۲۹- گزینه «۳»

(تیمور رحمتی)

ترجمه جمله: «کدام‌یک از موارد زیر یک عامل مهم در موفقیت بزرگ رمان میچل بود؟»

(درک مطلب)

«خلاقیت میچل»

## ۳۰- گزینه «۴»

(تیمور رحمتی)

ترجمه جمله: «طبق متن، کدام‌یک از جملات زیر درست است؟»

«بر باد رفته داستان بسیار جالبی است، اگرچه درباره وقایعی است که در گذشته

(درک مطلب)

اتفاق افتاده‌اند.»

ریاضی ۱

گزینه «۳» -۳۱

(سعید علم‌پور)

در هر مرحله ۴ مربع هاشور خورده داریم:

$$\text{تعداد کل مربع‌ها} : \begin{cases} \text{در شکل (۱)}: (1+2)^2 \\ \text{در شکل (۲)}: (2+2)^2 \\ \text{در شکل (۳)}: (3+2)^2 \\ \vdots \end{cases}$$

$$\Rightarrow \text{تعداد کل مربع‌های سفید در شکل } n \text{ م} = a_n = (n+2)^2 - 4 = n^2 + 4n$$

$$\Rightarrow a_{15} = (15)^2 + 4(15) = 285$$

گزینه «۲» -۳۲

(یاسین سپهر)

$$t_1 = t_r + 3r \Rightarrow t_1 - t_r = t_1 - t_1 r^2 = t_1(1-r^2) = 3r$$

$$t_1 + t_r + t_r = 8 \Rightarrow t_1 + t_1 r + t_1 r^2 = 8$$

$$\Rightarrow t_1(1+r+r^2) = 8$$

$$\Rightarrow \frac{t_1(1-r^2)}{t_1(1+r+r^2)} = \frac{3r}{8} \Rightarrow \frac{(1-r)(1+r+r^2)}{(1+r+r^2)} = \frac{3r}{8} = 4$$

$$\Rightarrow 1-r = 4 \Rightarrow r = -3$$

گزینه «۳» -۳۳

(ظاهر راستانی)

$$\tan x + \cot x = \tan x + \frac{1}{\tan x} = 2 \Rightarrow \tan x = \cot x = 1$$

$$\xrightarrow{x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)} \sin x = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\Rightarrow \sqrt{2} \sin x + 3 \cot x = \sqrt{2} x \times \frac{1}{\sqrt{2}} + 3 \times 1 = 1 + 3 = 4$$

گزینه «۳» -۳۴

(جوآنیش نیکنام)

$$A = \frac{(\sqrt{2})^2 + 3^2}{\sqrt{2} + 3} + 3\sqrt{2} = \frac{(\sqrt{2} + 3)(2 - 3\sqrt{2} + 9)}{(\sqrt{2} + 3)} + 3\sqrt{2}$$

$$\Rightarrow A = 11 \Rightarrow (A+1)^{\frac{1}{2}} = 12^{\frac{1}{2}} = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$$

گزینه «۲» -۳۵

(علی شهرابی)

$$4^x + 4^{-x} = 10 \Rightarrow 4^x + 4^{-x} + 2 = 12 \Rightarrow (2^x + 2^{-x})^2 = 12$$

$$\Rightarrow 2^x + 2^{-x} = 2\sqrt{3}$$

با استفاده از اتحاد چاق و لاغر داریم:

$$8^x + 8^{-x} = (2^x + 2^{-x})(4^x - 1 + 4^{-x}) = 2\sqrt{3}(10-1) = 18\sqrt{3}$$

گزینه «۳» -۳۶

(جوآنیش نیکنام)

فرض کنیم نمودار  $f$  را به اندازه  $a$  واحد در راستای محور  $x$  ها انتقال

بدهیم تا نمودار تابع جدید بر نمودار  $g$  مماس شود، در این صورت معادله

$$f(x+a) = g(x) \text{ دارای جواب مضاعف است.}$$

$$-2(x+a) = 4x^2 + 10x + 3 \Rightarrow 4x^2 + 12x + 3 + 2a = 0$$

$$\xrightarrow{\Delta=0} \Delta = 12^2 - 4(4)(3+2a) = 4(24-8a) = 0 \Rightarrow a = 3$$

(ممیر علیزاده)

گزینه «۱» -۳۹

$$(0, 2), (0, a+b) \in f \xrightarrow[\text{بودن}]{\text{شرط تابع}} a+b=2$$

$$(-1, ab), (-1, -3) \in f \xrightarrow[\text{بودن}]{\text{شرط تابع}} ab = -3$$

$$\xrightarrow{b=2-a} a(2-a) = -3 \Rightarrow a^2 - 2a - 3 = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = -1 \\ a = 3 \end{cases}$$

$$\Rightarrow b = 2 - a \begin{cases} \xrightarrow{a=-1} b = 3 \\ \xrightarrow{a=3} b = -1 \end{cases}$$

•  $a = -1, b = 3$

تابع نیست:  $f = \{(-1, -3), (0, 2), (-1, 4), (-1, -3), (0, 2)\}$

•  $a = 3, b = -1$

تابع است:  $f = \{(-1, -3), (0, 2), (3, 4), (-1, -3), (0, 2)\}$

$$\Rightarrow a - b = 3 - (-1) = 4$$

(عارل مسینی)

گزینه «۱» -۴۰

$$\begin{cases} f \text{ همانی است} \Rightarrow f(x) = x \\ g \text{ ثابت است} \Rightarrow g(x) = c \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{3f(2) + g(1)}{2g(5) + f(1)} = \frac{6+c}{2c+1} = \frac{9}{7} \Rightarrow c = 3$$

(غرنور خاوسی جانی)

گزینه «۳» -۳۷

$$\text{نمودار تابع } f(x), \text{ یک سهمی است که مختصات رأس آن } S \begin{cases} \frac{b}{2a} \\ \frac{\Delta}{4a} \end{cases} \text{ است،}$$

بیشترین مقدار تابع در رأس سهمی اتفاق می افتد. پس عرض رأس سهمی

یعنی  $-\frac{\Delta}{4a}$  باید برابر ۳ باشد.

$$\Delta = 4 - 4(a)(-a+1) = 4 + 4a^2 - 4a$$

$$\Rightarrow \frac{-\Delta}{4a} = -\frac{4 + 4a^2 - 4a}{4a} = -a + 1 - \frac{1}{a}$$

$$\frac{-\Delta}{4a} = 3 \Rightarrow -a + 1 - \frac{1}{a} = 3 \Rightarrow -a^2 - 1 = 2a \Rightarrow a^2 + 2a + 1 = 0$$

$$\Rightarrow a = -1$$

(کیان کریمی فراسانی)

گزینه «۲» -۳۸

$$x^2 - 5x^2 \leq x - 5 \Rightarrow x^2(x-5) \leq x-5 \Rightarrow x^2(x-5) - (x-5) \leq 0$$

$$\Rightarrow (x^2 - 1)(x-5) \leq 0 \Rightarrow (x-1)(x+1)(x-5) \leq 0$$

x	-1	1	5
(x-1)(x+1)(x-5)	-	+	-
	ϕ	ϕ	ϕ
	+	+	+

$$\Rightarrow x \in (-\infty, -1] \cup [1, 5] \xrightarrow{x \in \mathbb{N}} x = 1, 2, 3, 4, 5$$

$$\Delta ADC : EN \parallel DC \Rightarrow \frac{AE}{AD} = \frac{EN}{DC} \Rightarrow EN = 9$$

$$\Delta ADB : EM \parallel AB \Rightarrow \frac{DE}{AD} = \frac{EM}{AB} \Rightarrow EM = 4$$

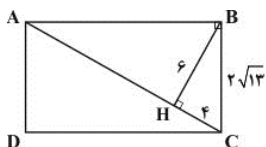
$MN = 9 - 4 = 5$  و در نتیجه،

(رضا عباسی اصل)

گزینه «۲» -۴۴

$$\Delta BHC : HC^2 = (2\sqrt{13})^2 - 6^2 = 16 \Rightarrow HC = 4$$

داریم:



بنابه روابط طولی در مثل قائم‌الزاویه ABC داریم:

$$BH^2 = CH \cdot AH \Rightarrow 36 = 4AH \Rightarrow AH = 9$$

$$\Rightarrow AC = 13$$

$$AB^2 = AH \cdot AC \Rightarrow AB^2 = 9 \times 13$$

$$\Rightarrow AB = 3\sqrt{13}$$

محیط مستطیل ABCD از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$2(AB + BC) = 2(3\sqrt{13} + 2\sqrt{13}) = 10\sqrt{13}$$

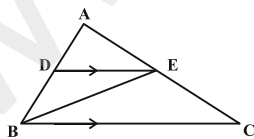
(فرشاد خرامری)

گزینه «۲» -۴۵

$$DE \parallel BC \xrightarrow{\text{قضیه اساسی تشابه}} \Delta ADE \sim \Delta ABC, k = \frac{AD}{AB} = \frac{2}{5}$$

$$\Rightarrow \frac{S_{ADE}}{S_{ABC}} = k^2 = \frac{4}{25}$$

$$\Rightarrow S_{ADE} = \frac{4}{25} S_{ABC} \quad (1)$$



$$\left. \begin{aligned} \frac{S_{BEC}}{S_{ABE}} &= \frac{EC}{AE} \\ DE \parallel BC &\Rightarrow \frac{EC}{AE} = \frac{BD}{AD} = \frac{2}{2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{S_{BEC}}{S_{ABE}} = \frac{2}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{S_{BEC}}{S_{ABC}} = \frac{2}{5} \Rightarrow S_{BEC} = \frac{2}{5} S_{ABC} \quad (2)$$

از (۱) و (۲) داریم:

$$\frac{S_{ADE}}{S_{BEC}} = \frac{\frac{4}{25} S_{ABC}}{\frac{2}{5} S_{ABC}} = \frac{4}{15}$$

هندسه ۱

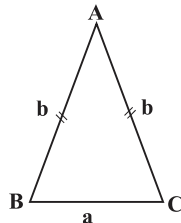
گزینه «۱» -۴۱

(رضا عباسی اصل)

مطابق شکل اگر طول‌های قاعده و ساق را به ترتیب با  $a$  و  $b$  نمایش دهیم،

آنگاه داریم:

$$a + b + b = 16 \Rightarrow a + 2b = 16$$



از طرفی بنا به قضیه نامساوی مثلثی داریم:

$$a < b + b \Rightarrow a < 2b \xrightarrow{+a} a + a < a + 2b$$

$$\Rightarrow a < 8 \xrightarrow{a > 0} 0 < a < 8$$

پس مقادیر صحیح ممکن برای  $a$  عبارتند از:

۱, ۲, ۳, ۴, ۵, ۶, ۷

$$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 = 28$$

و در نتیجه:

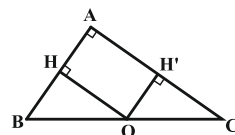
(علی ساوی)

گزینه «۱» -۴۲

توجه کنید که در مثلث قائم‌الزاویه، نقطه هم‌رسی عمودمنصف‌ها (نقطه‌ای که

از سه رأس مثلث به یک فاصله است) وسط وتر است. چهارضلعی

OHAH' مستطیل است، زیرا سه زاویه قائمه دارد. حال داریم:

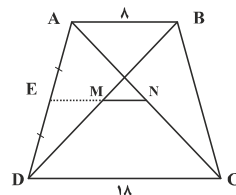


$$S_{OHAH'} = AH \cdot AH' = \frac{1}{2} AB \times \frac{1}{2} AC$$

$$= \frac{1}{2} \left( \frac{1}{2} AB \times AC \right) = \frac{1}{2} S_{ABC}$$

(رضا عباسی اصل)

گزینه «۲» -۴۳



فرض کنیم  $M$  و  $N$  وسط قطره‌های دوزنقه باشند. امتداد  $MN$ ، ساق‌های

دوزنقه را در وسط آنها قطع می‌کند و داریم:



$$\Delta AMH : OH' \parallel AH \Rightarrow \frac{OH'}{AH} = \frac{OM}{AM} = \frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow OH' = \frac{1}{3}AH, MC = \frac{1}{2}BC$$

$$S_{OMC} = \frac{1}{2}MC \cdot OH'$$

$$= \frac{1}{2} \left( \frac{1}{2}BC \times \frac{1}{3}AH \right) = \frac{1}{6} (BC \cdot AH) = \frac{1}{6} S_{ABC}$$

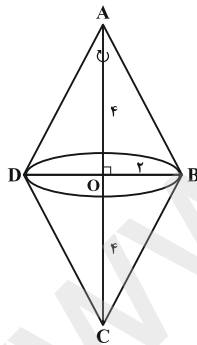
(داریوش ناظمی)

گزینه «۳» -۴۹

اگر دو صفحه متقاطع باشند، در صورتی هر دو بر صفحه‌ای عمودند که فصل مشترکشان بر آن صفحه عمود باشد.

(سعید یعقوبی کافی آبار)

گزینه «۳» -۵۰



مطابق شکل، از آنجا که در لوزی قطرهای یکدیگر را نصف می‌کنند، از دوران قطر

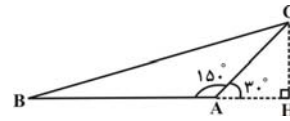
بزرگ لوزی دو مخروط که شعاع قاعده هر کدام برابر  $r=2$  و ارتفاع هر کدام

برابر  $h=4$  است، تشکیل می‌شود. در نتیجه حجم شکل حاصل برابر است با:

$$V = 2 \left( \frac{1}{3} \pi r^2 h \right) = 2 \left( \frac{1}{3} \pi (2)^2 \times (4) \right) = \frac{32}{3} \pi$$

(نویر میبری)

گزینه «۱» -۴۶



فرض کنیم  $AC=6$  و  $AB=12$  باشد.  $CH$  ضلع روبه‌رو به زاویه  $30^\circ$  در مثلث قائم‌الزاویه است، پس داریم:

$$CH = \frac{1}{2}AC = 3$$

$$S_{ABC} = \frac{1}{2}AB \cdot CH = \frac{1}{2} \times 12 \times 3 = 18$$

(رحمت عین‌علیان)

گزینه «۲» -۴۷

مجموع فواصل هر نقطه دلخواه درون مثلث متساوی‌الاضلاع (به ضلع  $a$ ) از سه

ضلع آن، با ارتفاع مثلث یعنی  $a \frac{\sqrt{3}}{2}$  برابر است. پس طبق فرض داریم:

$$\frac{\sqrt{3}}{2}a = 6 \Rightarrow a = 4\sqrt{3}$$

$$S = \frac{\sqrt{3}}{4}a^2 = \frac{\sqrt{3}}{4} \times (4\sqrt{3})^2 = 12\sqrt{3}$$

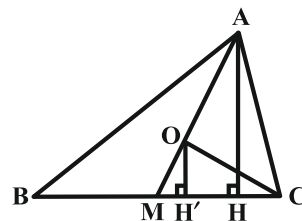
(مهدی ابراهیم کیتی زاده)

گزینه «۴» -۴۸

$O$  نقطه هم‌رسی میانه‌های مثلث  $ABC$ ، هر میانه را به نسبت ۱ به ۲

تقسیم می‌کند، یعنی  $\frac{OM}{AM} = \frac{1}{3}$ . اگر ارتفاع مثلث  $ABC$  و  $OH'$

ارتفاع مثلث  $OMC$  باشد:



## عربی، زبان قرآن ۲

## ۵۱- گزینه «۳»

(مفسر علی کاظمی نصرآبادی - کاشان)

«و الذین» و کسانی که (رد گزینه «۲») / «يَجْتَنِبُونَ»: دوری می کنند (رد گزینه های «۱ و ۴») «کیان الإثم و الفواحش»: گناهان بزرگ و کارهای زشت (رد گزینه «۲») / «إذا ما»: هنگامی که / «غضبا»: خشمگین شوند (رد گزینه های «۱، ۲ و ۴») / «هم یغفرون»: می بخشایند

(ترجمه)

## ۵۲- گزینه «۲»

نکته مهم درسی

۱- کان + فعل مضارع = ماضی استمراری  
۲- هولاء + اسم ال دار = هولاء معنی این می دهد  
تشریح گزینه های دیگر  
گزینه «۱»: «اینها مرضی هستند» رد گزینه «۱»  
گزینه «۳»: «این، خواستند» رد گزینه «۳»  
گزینه «۴»: «اینان مریض هایی بودند» رد گزینه «۴»

(ترجمه)

## ۵۳- گزینه «۲»

(مرتضی کاظم شیروزی)

«هناک شجرة»: درختی وجود دارد، هست (رد گزینه «۱») / «تلتفتُ خول الجزع و غصونها»: اطراف تنه و شاخه هایش در هم می پیچد / «تخفق تدریجاً»: به تدریج خفه می شود (رد گزینه های ۱ و ۴) الشجرة: این (و یا آن) درخت (رد گزینه «۳»)

(ترجمه)

## ۵۴- گزینه «۴»

(مبیر فاتی - کامیاران)

تشریح گزینه های دیگر  
گزینه «۱»: ترجمه درست: «پیراهن قرمزی را از مغازه همکارم با هفتاد هزار تومان گرفتم»  
گزینه «۲»: ترجمه درست: «باید صداها یمان را از صدای کسی که یا او صحبت می کنیم بالا ببریم»  
گزینه «۳»: ترجمه درست: «قنبر اراده کرد به کسی که به او ناسزا گفته بود، دشنام دهد»

(ترجمه)

## ۵۵- گزینه «۴»

(هاری پولادی - تبریز)

ایرادات سایر گزینه ها: در گزینه «۱»: يُنظف، کم، مدرسه / در گزینه «۲»: مدارس / در گزینه «۳»: اصبح

(ترجمه)

## ترجمه متن

قلب کارهای روزانه اش را به وسیله عضلاتش انجام می دهد. انسان در این دنیا با دشمنان مختلف همچون بیماری ها محاصره شده است. بیماری های قلب بیش تر از سایر بیماری ها در تمام کشورها منتشر می شود.  
دشمن اول برای قلب همان زیادی کلسترول است که خطری را برای انسان در بعضی مواقع باعث می شود. دشمن دوم برای قلب انسان همان بالا رفتن فشار خون است. دشمن سوم همان سیگار کشیدن است که بر تپش های قلب تاثیر می گذارد و اما دشمن آخر همان نداشتن فعالیت بدنی و کم تحرکی که عضله های قلب را ضعیف می کند. بدان که ورزش عضله های قلب را نیرومند می کند.

## ۵۶- گزینه «۴»

(مفسر داویناهی - بجنورد)

ترجمه گزینه «۴»: «زیادی کلسترول همیشه خطری را برای انسان باعث می شود» که طبق متن نادرست است.

تشریح گزینه های دیگر

گزینه «۱»: بیماری های قلب به تمام کشورهای جهان اختصاص می یابد!  
گزینه «۲»: کلسترول ماده ای است که بدن از آن بی نیاز نیست!  
گزینه «۳»: فعالیت بدنی از دلایل سلامت قلب است!

(درک مطلب)

## ۵۷- گزینه «۲»

(مفسر داویناهی - بجنورد)

بر اساس متن از دلایل تاثیر منفی بر تپش های قلب:  
گزینه «۱»: کم تحرکی و عدم فعالیت بدنی  
گزینه «۲»: سیگار کشیدن و بکار بردن نیکوتین  
گزینه «۳»: زیادی کلسترول به شکل طبیعی  
گزینه «۴»: بالا رفتن فشار خون

(درک مطلب)

## ۵۸- گزینه «۳»

(مفسر داویناهی - بجنورد)

ترجمه گزینه «۳»: «انسان در این دنیا با بیماری های مختلف محاصره شده است» که طبق متن درست است.

تشریح گزینه های دیگر

گزینه «۱»: «وجود کلسترول هیچ فایده ای در بدن ندارد» که طبق متن نادرست است.  
گزینه «۲»: «قلب کارهای روزانه اش را به وسیله تپش های قلب انجام می دهد» که طبق متن نادرست است.  
گزینه «۴»: «بیماری های قلب به کشورهای جهان سوم اختصاص دارد» که طبق متن نادرست است.

(درک مطلب)

## ۵۹- گزینه «۴»

(مفسر داویناهی - بجنورد)

تشریح گزینه های دیگر

گزینه «۱»: باب انفعال: باب افتعال  
گزینه «۲»: فاعله محذوف: فعل معلوم  
گزینه «۳»: باب انفعال: باب افتعال مجهول: معلوم (تلیل صرفی و ممل اعرابی)

## ۶۰- گزینه «۳»

(مفسر داویناهی - بجنورد)

تشریح گزینه های دیگر

گزینه «۱»: مفرده عادی: مفرده عدوآمیتدا: مضاف الیه  
گزینه «۲»: اسم فاعل نیست/صفت: مضاف الیه  
گزینه «۴»: اسم مبالغه نیست/ جارومجورور: مضاف الیه (تلیل صرفی و ممل اعرابی)

## ۶۱- گزینه «۲»

(ولی برقی - ایبر)

«مصلح» نادرست است و باید به صورت «مصلح» باشد. (فبط حرکات)

## ۶۲- گزینه «۲»

(ولی برقی - ایبر)

(الحیة = عیث) (مفهوم)

## ۶۳- گزینه «۳»

(مرتضی کاظم شیروزی)

در گزینه «۱»: اهدی: فعل شرط، هو خیرهم: جواب شرط جمله اسمیه/ در گزینه «۲»: تفکرتم: فعل شرط، سوف تشاهدون: جواب شرط جمله فعلیه/ در گزینه «۴»: کنت: فعل شرط، سأفعل: جواب شرط. (انواع جملات)

## ۶۴- گزینه «۲»

(الله مسیح فواه)

متعلم در گزینه «۲» مبتدا بوده و برای آن جمله وصفیه آمده است. (انواع جملات)

## ۶۵- گزینه «۲»

(مرتضی کاظم شیروزی)

فعل ناقص «کان» در صورتی ماضی است که در ترجمه بتوان از واژه «بود» استفاده کرد. نکته ۱: جواب شرط را می توان مضارع ترجمه کرد. در گزینه ۱: اگر بیشتر تلاش کنی از برترین دانش آموزان می شوی. نکته ۲: هرگاه در جمله «ان+کان» بیاید به صورت «است» ترجمه می شود. در گزینه ۳: بی گمان خداوند به هر چیزی دانا است/ نکته ۳: مفهوم جمله اگر به خدا باز گردد، چون برای همیشه است لذا نمی توان آن را محدود به گذشته دانست/ در گزینه ۴: خداوند به آن چه انجام می دهید بینا است. اما در گزینه ۲ کان+یأمل به معنای ماضی استمراری است (آرزو می کرد).

(انواع جملات)

زبان انگلیسی ۲

۶۶- گزینه ۴»

(علی شکوهی)

ترجمه جمله: «کل بحث بیهوده بود. آن قدر از جدال بی‌بایانشان کسب شدم که مدت‌ها پیش از اتمام آن جلسه، سالن را ترک کردم.»

- (۱) کسل کننده  
(۲) کسل کردن  
(۳) به‌طور کسل کننده  
(۴) کسل

نکته مهم درسی

“get” فعل ربطی است، بنابراین بعد از آن باید از صفت استفاده کنیم. گزینه‌های «۲» و «۳» به ترتیب فعل و قید هستند و نمی‌توانند درست باشند. گزینه «۱» صفت فاعلی است و با توجه به مفهوم جمله به صفت مفعولی نیاز داریم. (گرامر)

۶۷- گزینه ۲»

(علی شکوهی)

ترجمه جمله: «او هرگز ترقی نخواهد کرد، اگر نیاموزد که نسبت به مشتریان مؤدب‌تر باشد.»

نکته مهم درسی

چون بعد از “if” از فعل زمان حال ساده استفاده شده، با شرطی نوع اول سروکار خواهیم داشت؛ بنابراین در جای خالی باید از آینده ساده استفاده کنیم (رد گزینه‌های «۳» و «۴»). دلیل نادرستی گزینه «۱» استفاده از قید تکراری “never” قبل از فعل کمکی “will” است. همان‌طور که می‌دانید جایگاه قیده‌های تکرار بعد از فعل کمکی و قبل از فعل اصلی است. (گرامر)

۶۸- گزینه ۳»

(عمید مهربان‌راد)

- (۱) مجموعه  
(۲) مهارت  
(۳) میزان، مقدار  
(۴) تجربه

(کلوز تست)

۶۹- گزینه ۲»

(عمید مهربان‌راد)

- (۱) بیماری  
(۲) سلامتی  
(۳) خوشحالی  
(۴) تجارت

(کلوز تست)

۷۰- گزینه ۴»

(عمید مهربان‌راد)

نکته مهم درسی  
باتوجه به معنای جمله، تنها می‌توان از “something” استفاده کرد. (کلوز تست)

۷۱- گزینه ۱»

(عمید مهربان‌راد)

- (۱) بیماری  
(۲) اعتیاد  
(۳) ضربان  
(۴) فشار

(کلوز تست)

۷۲- گزینه ۳»

(عمید مهربان‌راد)

نکته مهم درسی  
در جمله شرطی نوع اول در بند پاسخ شرط، پس از فعل وجهی “will” شکل ساده فعل می‌آید. (کلوز تست)

۷۳- گزینه ۲»

(تیمور رهمتی)

ترجمه جمله: «کدام‌یک از گزینه‌های زیر بهترین عنوان برای این متن است؟»  
«ایجاد (گسترش) آزمون‌های چند گزینه‌ای»

(درک مطلب)

۷۴- گزینه ۳»

(تیمور رهمتی)

ترجمه جمله: «کلمه زیر خطدار “their” در پاراگراف «۱» به “leaders and managers” اشاره دارد.»

(درک مطلب)

۷۵- گزینه ۱»

(تیمور رهمتی)

ترجمه جمله: «نزدیک‌ترین کلمه از نظر معنایی به کلمه زیر خطدار “pursue” در پاراگراف «۲» “follow” (دنبال کردن) است.»

(درک مطلب)

۷۶- گزینه ۴»

(تیمور رهمتی)

ترجمه جمله: «منظور نویسنده متن از ذکر “the Greeks and Chinese” (یونانیان و چینی‌ها) چیست؟»  
«برای این‌که نشان بدهد انتخاب افراد براساس توانایی ذهنی آن‌ها ایده جدیدی نیست.»

(درک مطلب)

۷۷- گزینه ۳»

(تیمور رهمتی)

ترجمه جمله: «کدام‌یک از گزینه‌های زیر بهترین عنوان برای متن است؟»  
«تکنیک‌هایی برای کنترل ذهن دیگران»

(درک مطلب)

۷۸- گزینه ۲»

(تیمور رهمتی)

ترجمه جمله: «نزدیک‌ترین کلمه از نظر معنایی به کلمه زیر خطدار “certain” در پاراگراف «۲»، “particular” (خاص) است.»

(درک مطلب)

۷۹- گزینه ۲»

(تیمور رهمتی)

ترجمه جمله: «کلمه زیر خطدار “them” در پاراگراف «۳» به “individuals” (افراد) اشاره دارد.»

(درک مطلب)

۸۰- گزینه ۴»

(تیمور رهمتی)

ترجمه جمله: «طبق متن، کدام‌یک از جملات زیر درست نیست؟»  
«هیپنوتیزم و شستشوی مغزی تنها تکنیک‌های کنترل ذهن دیگران هستند.»

(درک مطلب)

حسابان ۱

گزینه «۱» -۸۱

(یاسین سپهر)

$$a_8 = 23 \Rightarrow a_1 + 7d = 23$$

$$a_{11} = 47 \Rightarrow a_1 + 10d = 47$$

$$\Rightarrow 6d = 24 \Rightarrow d = 4, a_1 + 16 = 23 \Rightarrow a_1 = 7$$

$$S_{13} = \frac{13}{2}(2 \times 7 + 4(13-1)) = \frac{13}{2}(14 + 48) = 403$$

گزینه «۳» -۸۲

(پناه‌بش نیکنام)

$$\sqrt{4x+1} = 5 - 2\sqrt{3-x}$$

$$\xrightarrow{\text{توان } 2} 4x+1 = 25 + 4(3-x) - 20\sqrt{3-x}$$

$$\Rightarrow 20\sqrt{3-x} = -8x + 36 \xrightarrow{+4} 5\sqrt{3-x} = -2x + 9$$

$$\xrightarrow{\text{توان } 2} 25(3-x) = 4x^2 - 36x + 81 \Rightarrow 4x^2 - 11x + 6 = 0$$

معادله بالا ۲ جواب حقیقی دارد که مجموع آن‌ها برابر است با  $\frac{11}{4}$ .

گزینه «۴» -۸۳

(علی شهبازی)

نقطه A را به صورت  $(\alpha, \sqrt{\alpha})$  در نظر می‌گیریم.

فاصله  $(\alpha, \sqrt{\alpha})$  از خط  $x + y - 2 = 0$  را حساب می‌کنیم و برابر با  $2\sqrt{2}$

قرار می‌دهیم:

$$\frac{|\alpha + \sqrt{\alpha} - 2|}{\sqrt{1^2 + 1^2}} = 2\sqrt{2} \Rightarrow |\alpha + \sqrt{\alpha} - 2| = 4$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \alpha + \sqrt{\alpha} - 2 = 4 \Rightarrow \alpha + \sqrt{\alpha} - 6 = 0 \\ \alpha + \sqrt{\alpha} - 2 = -4 \Rightarrow \alpha + \sqrt{\alpha} = -2 \end{cases}$$

معادله اول را با تجزیه کردن عبارت سمت چپ تساوی حل می‌کنیم.

$$\alpha + \sqrt{\alpha} - 6 = 0 \Rightarrow (\sqrt{\alpha} - 2)(\sqrt{\alpha} + 3) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \sqrt{\alpha} = 2 \Rightarrow \alpha = 4 \Rightarrow A(4, 2) \\ \sqrt{\alpha} = -3 \end{cases}$$

حالا فاصله  $A(4, 2)$  را تا مبدأ مختصات حساب می‌کنیم:

$$OA = \sqrt{x_A^2 + y_A^2} = \sqrt{4^2 + 2^2} = 2\sqrt{5}$$

گزینه «۳» -۸۴

(وفیر ون آباری)

با استفاده از تغییر متغیر  $t = x^2 + 2x + 1$  داریم:

$$y = \left[ \frac{t+3}{t+1} \right] = \left[ 1 + \frac{2}{t+1} \right]$$

حال داریم:

$$t \geq 0 \Rightarrow t+1 \geq 1 \Rightarrow 0 < \frac{1}{t+1} \leq 1 \Rightarrow 0 < \frac{2}{t+1} \leq 2$$

$$\Rightarrow 1 < 1 + \frac{2}{t+1} \leq 3 \Rightarrow \left[ 1 + \frac{2}{t+1} \right] = 1 \text{ یا } 2 \text{ یا } 3$$

مجموع اعضای برد برابر ۶ است.

گزینه «۴» -۸۵

(علی سلامت)

ابتدا برای محاسبه  $g(y)$  در تساوی  $f^{-1}(x) = g(4x-1)$  به جای  $x$

عدد ۲ را قرار می‌دهیم:

$$f^{-1}(x) = g(4x-1) \xrightarrow{x=2} f^{-1}(2) = g(7)$$

در تساوی  $(hofog)(y) = 0$  به جای  $f(y)$ ،  $f^{-1}(2)$  را قرار می‌دهیم و

طبق  $f(f^{-1}(x)) = x; x \in D_{f^{-1}}$  آن را به صورت زیر ساده می‌کنیم:

$$h(f(g(y))) = h(f(f^{-1}(2))) = h(2) \Rightarrow h(y) = 0$$

حال از آنجایی که  $y = h(x)$  تابعی یک‌به‌یک است، برای یافتن صفرهای

$$y = h(3x^2 + 5x + 4)$$

کافی است به صورت زیر عمل کنیم:

$$3x^2 + 5x + 4 = 2 \Rightarrow 3x^2 + 5x + 2 = 0 \xrightarrow{\Delta > 0} \alpha\beta = \frac{c}{a} = \frac{2}{3}$$

گزینه «۱» -۸۶

(یاسین سپهر)

$$\log_r a + \log_r(a-1) + \log_r 4 = 3 \Rightarrow \log_r(a(a-1) \times 4) = 3$$

$$\Rightarrow 4a(a-1) = 2^3 \Rightarrow a(a-1) = 2$$

$$\Rightarrow a^2 - a - 2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} a_1 = 2 \\ a_2 = -1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \log_a 8 = \log_r 8 = \log_r 2^3 = 3 \log_r 2 = 3$$

(میلاد منصوری)

گزینه «۳» -۸۹

چون  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + ax + b}{x^2 + x - 2} = 3$  است، و از آنجا که وقتی  $x \rightarrow 1$  مخرج این

کسر صفر می‌شود، پس حتماً صورت آن نیز باید صفر باشد:

$$1 + a + b = 0 \Rightarrow a + b = -1$$

بنابراین،  $x^2 + ax + b$  دارای عاملی به صورت  $(x-1)(x+m)$  است.

داریم:

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x+m)}{(x+2)(x-1)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x+m}{x+2} = \frac{1+m}{3} = 3 \Rightarrow m = 8$$

یعنی  $x^2 + ax + b = (x-1)(x+8) = x^2 + 7x - 8$  است. پس  $a = 7$

و  $b = -8$ .

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 7} \frac{x^2 - 7x}{-8x + 56} = \lim_{x \rightarrow 7} \frac{x(x-7)}{-8(x-7)} = \lim_{x \rightarrow 7} \frac{x}{-8} = -\frac{7}{8}$$

(سعید علم‌پور)

گزینه «۳» -۹۰

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} [x^x - 1] = [(-1)^-] = -2$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1 - \cos \sqrt{x}}{ax^x} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sqrt{x} \sin \sqrt{x}}{ax^x}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sqrt{x}}{a} \left( \frac{\sin \sqrt{x}}{\sqrt{x}} \right) = \left( \frac{\sqrt{x}}{a} \right) (1) = \frac{\sqrt{x}}{a}$$

$$\frac{\sqrt{x}}{a} \rightarrow \frac{\sqrt{x}}{a} = -2 \Rightarrow a = -1$$

$$\frac{\sqrt{x}}{a} \rightarrow 3a + b = -2 \xrightarrow{a=-1} b = 1$$

$$\Rightarrow a + b = 0$$

(سراسری تهری)

گزینه «۳» -۸۷

$$\begin{cases} \sin 16^\circ = \sin(18^\circ - 2^\circ) = \sin 2^\circ \\ \cos 20^\circ = \cos(18^\circ + 2^\circ) = -\cos 2^\circ \\ \cos 11^\circ = \cos(9^\circ + 2^\circ) = -\sin 2^\circ \\ \sin 7^\circ = \cos(9^\circ - 2^\circ) = \cos 2^\circ \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{\sin 16^\circ - \cos 20^\circ}{\cos 11^\circ + \sin 7^\circ} = \frac{\sin 2^\circ + \cos 2^\circ}{-\sin 2^\circ + \cos 2^\circ}$$

با تقسیم صورت و مخرج کسر بالا بر  $\cos 2^\circ$  داریم:

$$\frac{\tan 2^\circ + 1}{-\tan 2^\circ + 1} = \frac{1/26}{0/64} = \frac{17}{8}$$

(علی سلامت)

گزینه «۲» -۸۸

ابتدا دو کسر موجود در عبارت A را هم مخرج کرده و سپس به کمک

رابطه  $\sin x \cdot \cos x = \frac{1}{2} \sin 2x$  مخرج را ساده می‌کنیم:

$$A = \frac{\sin 22 / 5^\circ + \cos 22 / 5^\circ}{\sin 22 / 5^\circ \cdot \cos 22 / 5^\circ} = \frac{\sin 22 / 5^\circ + \cos 22 / 5^\circ}{\frac{1}{2} \sin 45^\circ}$$

در مرحله بعد قرار می‌دهیم  $B = \sin 22 / 5^\circ + \cos 22 / 5^\circ$  و سپس طرفین

این تساوی را به توان ۲ می‌رسانیم:

$$B^2 = (\sin 22 / 5^\circ + \cos 22 / 5^\circ)^2$$

$$= \sin^2 22 / 5^\circ + \cos^2 22 / 5^\circ + 2 \sin 22 / 5^\circ \cdot \cos 22 / 5^\circ = 1 + \sin 45^\circ$$

$$B^2 = 1 + \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{2 + \sqrt{2}}{2} \Rightarrow B = \frac{\sqrt{2 + \sqrt{2}}}{\sqrt{2}}$$

اکنون با به دست آمدن B، مقدار A را محاسبه می‌کنیم:

$$A = \frac{\sqrt{2 + \sqrt{2}}}{\sqrt{2}} = 2\sqrt{2 + \sqrt{2}} \cdot \frac{1}{2 \times \frac{1}{\sqrt{2}}}$$

(رضا عباسی اصل)

گزینه «۴» - ۹۴

اگر  $a$  طول یک ضلع چندضلعی منتظم محیطی و  $b$  طول یک ضلع چندضلعی منتظم محاطی دایره باشد، بنا به تمرین ۷ صفحه ۳۰ کتاب درسی داریم:

$$\frac{a}{b} = \frac{r \tan \frac{180^\circ}{n}}{r \sin \frac{180^\circ}{n}} \Rightarrow \frac{18}{9} = \frac{\frac{\sin \frac{180^\circ}{n}}{\cos \frac{180^\circ}{n}}}{\frac{\sin \frac{180^\circ}{n}}{1}} \Rightarrow 2 = \frac{1}{\cos \frac{180^\circ}{n}}$$

$$\Rightarrow \cos \frac{180^\circ}{n} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{180^\circ}{n} = 60^\circ \Rightarrow n = 3$$

پس چندضلعی‌های مفروض، مثلث متساوی‌الاضلاع هستند و داریم:

$$2P = 18 \Rightarrow P = 9; a = \frac{18}{3} = 6 \Rightarrow S = \frac{\sqrt{3}}{4} \times 6^2 = 9\sqrt{3}$$

$$\text{شعاع دایره محاطی } r = \frac{S}{P} = \frac{9\sqrt{3}}{9} = \sqrt{3}$$

(امیرمسین ابومصوب)

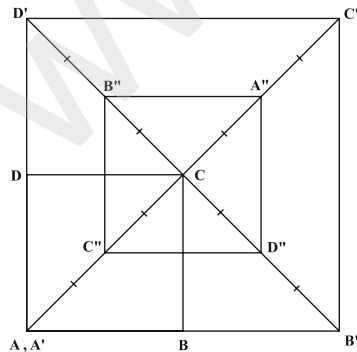
گزینه «۳» - ۹۵

بازتاب، تبدیلی طولی است، پس اندازه زاویه را حفظ می‌کند. از طرفی تمام نقاط روی محور بازتاب، تحت بازتاب، ثابت می‌مانند، پس بازتاب دارای بی‌شمار نقطه ثابت است. ولی بازتاب لزوماً شیب خط را ثابت نگه نمی‌دارد.

(رضا عباسی اصل)

گزینه «۳» - ۹۶

با توجه به مفروضات مسئله، شکل زیر را خواهیم داشت، که در آن داریم:



$$S_{A'B'C'D'} = 2^2 \times S_{ABCD} = 4S_{ABCD}$$

$$S_{A''B''C''D''} = \left(-\frac{1}{2}\right) \times S_{A'B'C'D'} = \frac{1}{4} \times 4S_{ABCD} = S_{ABCD}$$

هندسه ۲

گزینه «۴» - ۹۱

(رضا عباسی اصل)

$$AB = BC \Rightarrow \widehat{AB} = \widehat{BC}$$

$$115^\circ = \frac{\widehat{BC} + \widehat{AD}}{2} \Rightarrow \widehat{BC} + \widehat{AD} = 230^\circ \xrightarrow{\widehat{BC} = \widehat{AB}}$$

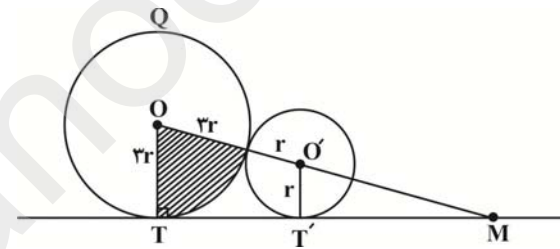
$$\Rightarrow \widehat{AB} + \widehat{AD} = 230^\circ \Rightarrow \widehat{BAD} = 230^\circ$$

$$\widehat{BCD} = \frac{\widehat{BAD}}{2} = \frac{230^\circ}{2} = 115^\circ$$

(علی فتح آباری)

گزینه «۳» - ۹۲

مساحت قطاع سایه‌خورده به اندازه زاویه  $O$  بستگی دارد. از طرفی دو زاویه  $M$  و  $O$  متمم یکدیگر می‌باشند، پس کافی است اندازه  $M$  را به دست آوریم.



$$\Delta MOT : OT \parallel O'T' \rightarrow \frac{MO'}{MO} = \frac{O'T'}{OT} \rightarrow \frac{MO'}{MO' + 6r} = \frac{1}{3}$$

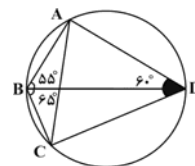
$$\rightarrow 3MO' = MO' + 6r \rightarrow MO' = 3r$$

$$\sin \hat{M} = \frac{OT}{MO} = \frac{3r}{6r} = \frac{1}{2} \rightarrow \hat{M} = 30^\circ \rightarrow \hat{O} = 60^\circ$$

بنابراین مساحت قطاع سایه‌خورده  $\frac{60^\circ}{360^\circ} = \frac{1}{6}$  مساحت دایره بزرگ‌تر می‌باشد.

(رضا عباسی اصل)

گزینه «۴» - ۹۳

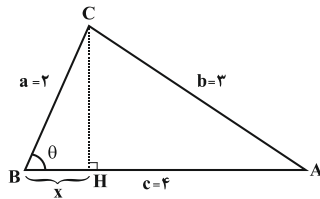


با توجه به اینکه  $\widehat{ABC} + \widehat{ADC} = 180^\circ$ ، پس چهارضلعی ABCD محاطی است. دایره محیطی آن را رسم می‌کنیم. داریم:

$$\widehat{CAD} = \widehat{CBD} = \frac{\widehat{CD}}{2} \Rightarrow \widehat{CAD} = 65^\circ$$

(سیامک کریمی)

گزینه «2» - 99



$$b^2 = a^2 + c^2 - 2accos\theta$$

$$\Rightarrow 9 = 4 + 16 - 16cos\theta \Rightarrow 11 = 16cos\theta \Rightarrow cos\theta = \frac{11}{16}$$

x اندازه تصویر قائم ضلع BC بر ضلع AB است، بنابراین در مثلث

قائم الزاویه BCH داریم:

$$cos\theta = \frac{x}{BC} = \frac{x}{2} \Rightarrow \frac{x}{2} = \frac{11}{16} \Rightarrow x = \frac{11}{8}$$

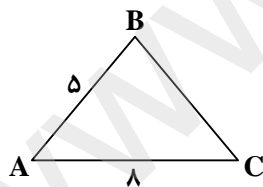
(عمیرضا سپوری)

گزینه «1» - 100

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} AB \times AC \times \sin \hat{A}$$

$$10\sqrt{3} = \frac{1}{2} \times 5 \times 8 \times \sin \hat{A} \Rightarrow 10\sqrt{3} = 20 \sin \hat{A}$$

$$\Rightarrow \sin \hat{A} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \hat{A} = 60^\circ$$



از طرفی طبق قضیه کسینوسها داریم:

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB \times AC \times \cos \hat{A}$$

$$BC^2 = 25 + 64 - 2(5)(8) \times \cos 60^\circ$$

$$\Rightarrow BC^2 = 89 - 40 = 49 \Rightarrow BC = 7$$

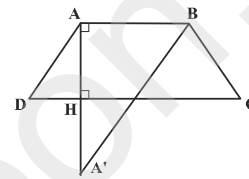
$$\text{محیط مثلث} = 5 + 8 + 7 = 20$$

پس مساحت سطح محصور بین چهارضلعی‌های  $A'B'C'D'$  و  $A''B''C''D''$  برابر مساحت ABCD است.

(امیرحسین ایومیبوب)

گزینه «2» - 97

برای پیدا کردن کمترین مقدار  $MA + MB$  به گونه‌ای که M روی قاعده CD باشد، کافی است بازتاب نقطه A را نسبت به خط CD یافته و آن را  $A'$  بنامیم و سپس مقدار  $A'B$  را به دست آوریم (این مقدار دقیقاً برابر با کمترین مقدار  $MA + MB$  است).



با توجه به مفروضات سؤال داریم:

$$S_{ABCD} = \frac{1}{2} AH(AB + CD) \Rightarrow 29 = \frac{1}{2} AH(5 + 8) \Rightarrow AH = 6$$

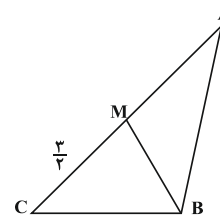
$$\Rightarrow AA' = 12$$

$$\Delta A'B: A'B^2 = AA'^2 + AB^2 = 144 + 25 = 169 \Rightarrow A'B = 13$$

(میلاد منهوری)

گزینه «1» - 98

$$a + b + c = 15 \xrightarrow{b=5} a + c = 10$$



طبق قضیه نیمسازهای زوایای داخلی داریم:

$$\frac{CM}{MA} = \frac{BC}{AB} \Rightarrow \frac{2}{1} = \frac{a}{c} \Rightarrow \frac{a}{c} = \frac{2}{1}$$

$$\Rightarrow \frac{a}{a+c} = \frac{2}{10} \xrightarrow{a+c=10} \begin{cases} a=2 \\ c=7 \end{cases}$$

پس طول کوچکترین ضلع مثلث، برابر 2 است.

آمار و احتمال

۱-۱ گزینۀ «۳»

(سعید جعفری کافعی آبار)

p	q	~q	p ∧ q	p ∨ ~q	(p ∧ q) ⇒ (p ∨ ~q)
د	د	ن	د	د	د
د	ن	د	ن	د	د
ن	د	ن	ن	ن	د
ن	ن	د	ن	د	د

۱-۲ گزینۀ «۴»

(رضا پورمسینی)

$$\begin{aligned} 4 &= x - 3 \Rightarrow x = 7 \\ x &= y - 1 \Rightarrow y = x + 1 \Rightarrow y = 8 \\ \{y - 1, z + 2\} &= \{7, 2\} \xrightarrow{y-1=7} z + 2 = 3 \Rightarrow z = 1 \\ \Rightarrow x + y + z &= 7 + 8 + 1 = 16 \end{aligned}$$

۱-۳ گزینۀ «۱»

(سعید جعفری کافعی آبار)

$$\begin{aligned} [(B - A)' - A]' &= [(B \cap A)' \cap A']' \\ &= [(B' \cup A) \cap A']' \\ &= [(B' \cap A') \cup \underbrace{(A \cap A')}_{\Phi}]' = (B' \cap A')' = A \cup B \end{aligned}$$

۱-۴ گزینۀ «۲»

(امیرمسین ابومسیوب)

$$S: \text{اعداد ۳ رقمی} \Rightarrow n(S) = 900$$

$$A: \text{اعداد زوج ۳ رقمی} \Rightarrow n(A) = \left[ \frac{999}{2} \right] - \left[ \frac{99}{2} \right] = 450$$

$$B: \text{اعداد ۳ رقمی مضرب ۳} \Rightarrow n(B) = \left[ \frac{999}{3} \right] - \left[ \frac{99}{3} \right] = 300$$

$$A \cap B: \text{اعداد ۳ رقمی مضرب ۶} \Rightarrow n(A \cap B) = \left[ \frac{999}{6} \right] - \left[ \frac{99}{6} \right] = 150$$

$$P(A' \cap B') = 1 - P(A \cup B)$$

$$= 1 - \left( \frac{450}{900} + \frac{300}{900} - \frac{150}{900} \right) = \frac{300}{900} = \frac{1}{3}$$

(یاسین سپهر)

۱-۵ گزینۀ «۱»

اگر مهره سفید را با A و مهره غیرسفید را با B نمایش دهیم، آنگاه فضای نمونه «کاهش یافته» به صورت زیر خواهد بود.

$$S = \{AAAB, AABA, ABAA, BAAA\}$$

پیشامد سفید بودن مهره‌های اول و سوم در این فضای نمونه دو عضو دارد.

بنابراین جواب مسئله  $\frac{2}{4} = \frac{1}{2}$  می‌باشد.

(عارل مسینی)

۱-۶ گزینۀ «۱»

$$P(\text{غیر هم‌رنگ}) = P(\text{اولی سفید}) \cdot P(\text{دومی غیرسفید}) + P(\text{اولی سیاه}) \cdot P(\text{دومی سیاه})$$

$$= \frac{5}{15} \times \frac{8}{15} + \frac{10}{15} \times \frac{10}{15} = \frac{140}{225} = \frac{28}{45}$$

(عارل مسینی)

۱-۷ گزینۀ «۳»

$$\begin{cases} P(A) = P(B) = x \\ P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B) = x^2 \end{cases}$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$\Rightarrow 2x - x^2 = 0/64 \Rightarrow \begin{cases} x = 1/6 & \text{غ.ق.} \\ x = 0/4 \end{cases}$$

$$\Rightarrow P(A) = P(B) = 0/4, P(A \cap B) = 0/16$$

$$P(A - B) = P(A) - P(A \cap B) = 0/4 - 0/16 = 0/24$$



(امیرمسین ابومصوب)

۱۱۰- گزینه «۲»

اختلاف بین شماره‌های اولین و چهارمین دانش‌آموز انتخاب شده، سه برابر

تعداد اعضای گروه‌ها (طول طبقات) است. بنابراین داریم:

$$\text{تعداد اعضای هر گروه} = \frac{42-6}{3} = 12$$

$$\text{تعداد گروه‌ها} = \frac{180}{12} = 15$$

(عارل عسینی)

۱۰۸- گزینه «۴»

اگر داده‌های اصلی را با  $y_i$  نمایش دهیم، رابطه  $y_i$  با  $x_i$  (داده‌های جدول)

به صورت  $x_i = \frac{y_i - 95}{100}$  می‌باشد:

$$y_i = 100x_i + 95$$

$$\Rightarrow \bar{y} = 100\bar{x} + 95$$

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^6 w_i x_i}{\sum_{i=1}^6 w_i} = \frac{2 \times (-3) + 4 \times (-2) + 5 \times (-1) + 6 \times 0 + 2 \times 1 + 1 \times 2}{2 + 4 + 5 + 6 + 2 + 1} = -\frac{3}{4}$$

$$\bar{y} = 100 \left( -\frac{3}{4} \right) + 95 = 20$$

(سعید یعقوبی کافی آبار)

۱۰۹- گزینه «۴»

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} = \frac{30}{6} = 5$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n}} = \sqrt{\frac{4+1+1+1+1+4}{6}} = \sqrt{2}$$

$$\Rightarrow CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{\sqrt{2}}{5} = 0.28$$

## عربی، زبان قرآن ۳

## ۱۱۱- گزینه «۱»

(هاری پولاری- تبریز)  
لاتکونوا: نباشید (رد گزینه ۴) / کَالَّذِينَ: مانند کسانی (رد گزینه ۲) / يقولون: می‌گویند (رد گزینه ۲) / شیئاً: چیزی (رد گزینه ۳) / لايقدرّون علی الدفاع: نمی‌توانند دفاع کنند (رد گزینه‌های ۳ و ۴) / عنه: از آن (رد گزینه ۲)  
(ترجمه)

## ۱۱۲- گزینه «۲»

(هاری پولاری- تبریز)  
لا شيء: هیچ چیزی ... نیست (رد گزینه‌های ۱ و ۳) / لیساعدا: تا ما را یاری کند (رد گزینه‌های ۳ و ۴) / مشاکلنا الصعبة: مشکلات سختمان (رد گزینه‌های ۱ و ۴)  
(ترجمه)

## ۱۱۳- گزینه «۳»

(هاری پولاری- تبریز)  
قطرات الماء المتتالية: قطرات پی در پی آب (رد گزینه ۲) / فمها: دهانش (رد گزینه ۲) / اطلاق: رهاکردن (رد گزینه‌های ۱ و ۴) / لتصيد: تا صید کند (رد گزینه ۴) / الحشرات: حشرات (رد گزینه ۱) / حية: زنده (حال است) (رد گزینه‌های ۲ و ۴)  
(ترجمه)

## ۱۱۴- گزینه «۳»

(الله مسیح فواه)  
«ظرف زبان» در گزینه «۱» و «چون ظرفی» در گزینه «۲» غلط است.  
«الثقافة» در گزینه «۱» نکره و در گزینه «۲» جمع ترجمه شده است.  
«ستتقدم» در گزینه «۲» مستقبل ترجمه نشده است.  
در گزینه «۴» «أمة» معرفه ترجمه شده و «أكثر» به صورت اسم تفضیل ترجمه نشده است.  
(ترجمه)

## ۱۱۵- گزینه «۳»

(مرتضی کاظم شیروری)  
لَمْ يَحْصُلْ: دست نیافت (رد گزینه «۱») / جائزة: جایزه‌ای (رد گزینه «۲») / كُنْتُ أَفْكَرَ: ماضی استمراری است چون كان + مضارع آمده است) فکر می‌کردم (رد گزینه «۴»)  
(ترجمه)

## ۱۱۶- گزینه «۴»

(مبیر فاتی - کامیاران)  
**تشریح گزینه‌های دیگر**  
گزینه «۱»: «به یاد می‌آورد» نادرست است.  
گزینه «۲»: «نامه نگاری می‌کند» نادرست است.  
گزینه «۳»: «خودداری کرده است» نادرست است.  
(ترجمه)

## ۱۱۷- گزینه «۴»

(مبیر فاتی - کامیاران)  
لَمْ يَخْفَ «لماذا» و به معنی «چرا» است.  
ترجمه درست جمله: «چرا بازیکنان اسم هایشان را بر روی تابلوی زیبای موزه می‌نویسند»  
**نکات مهم درسی**  
لَمْ + فعل مضارع: ترجمه به صورت: ماضی ساده منفی یا ماضی نقلی منفی  
لَمْ يَخْفَ کلمه پرسشی «لماذا»  
(ترجمه)

## ۱۱۸- گزینه «۳»

(مبیر فاتی - کامیاران)

**تشریح گزینه‌های دیگر**

گزینه «۱»: «فریقم» نادرست است.  
گزینه «۲»: «شَجَّع» نادرست است.  
گزینه «۴»: ضمیر «هم» نادرست است.  
(ترجمه)

## ۱۱۹- گزینه «۴»

(هاری پولاری - تبریز)

این آیه به نوعی استفهام انکاری بوده و می‌خواهد بگوید انسان بدون هدف نیست و غرضی در آفرینشش بوده است.  
در همه گزینه‌ها به جز گزینه «۴»، به نوعی به هدف دار بودن خلقت انسان اشاره شده و مسیر حرکتش به سوی عالم بالا بیان گردیده است ولی در گزینه «۴»، بر هیچ و بیهوده بودن انسان و کارهایش اشاره می‌کند.  
(مفهوم)

**ترجمه متن درک مطلب:**

هنگامی که ایوب (ع) از پروردگارش به خاطر مصیبت گلايه و شکایت کرد، خداوند به او وحی کرد که با پایش زمین را بزند، پس دستور پروردگارش را استجابت کرد. پس از زمین چشمه‌آبی خارج شد پس ایوب (ع) خود را با آن شست پس همه بیماری‌های خارجی که در بدنش بود از بین رفت و از این آب نوشید پس همه بیماری‌های داخلی که در شکمش بود از بین رفت، این تنها راه درمانی بود که خداوند به او هدیه داد پس سالم و تندرست برگشت همچنان که قبلاً بود، حتی بهتر هم شد، خداوند از طرف خودش ملخ طلائی به ایشان داد، پس آسایش گرفت در حالی که این طلائی که خداوند همه‌اش را به او داده بود را جمع کرد و همه برکت از جانب خداوند بود، پس همه اموال و بیشتر از آن به سوی ایوب (ع) برگشت، و جوانی‌اش و سلامتی‌اش به سوی برگشت، و خداوند به او فرزندان زیادی را داد.

## ۱۲۰- گزینه «۲»

(رضا یزری - کرگان)

**تشریح همه گزینه‌ها**

گزینه «۱»: «به ایوب (ع) سلامتی و جوانی‌اش برگشت!»، سلامتی و جوانی‌اش برگشت.  
گزینه «۲»: «خداوند به ایوب (ع) فرزندان زیادی را بخشید!» بر اساس متن این گزینه صحیح می‌باشد.  
گزینه «۳»: «فقط همه بیماری‌های داخلی ایوب (ع) از بین رفت!»، همه بیماری‌های داخلی و خارجی‌اش از بین رفت.  
گزینه «۴»: «ایوب (ع) با پایش به چشمه آب زد!»، ایوب (ع) با پایش به زمین زد.  
(درک مطلب)

## ۱۲۱- گزینه «۳»

(رضا یزری - کرگان)

گزینه غلط را مشخص کن:  
گزینه «۱»: «ایوب (ع) خانواده و اهل شهرش را به عبادت خدا دعوت می‌کرد!»  
گزینه «۲»: «ایوب (ع) به شدت مریض شد در حالی که او صبور بود!»  
گزینه «۳»: «نوشیدن آب دلیل همه بیماری‌های خارجی بود!»  
گزینه «۴»: «قصه ایوب (ع) همه‌اش مصیبت، آزمایش، سپس موفقیت بود!»  
(درک مطلب)



## ۱۲۲- گزینه «۴»

(رضا یزری - کرگان)

دلیل رحمت خداوند به ایوب (ع) چه بود؟

گزینه «۱»: «برای اینکه او شخصی فقیر بود!»

گزینه «۲»: «برای اینکه ایوب (ع) مقام عالی بین مردم داشت!»

گزینه «۳»: «برای اینکه ایوب (ع) در ابتدا اموال و فرزندان زیادی داشت!»

گزینه «۴»: «برای اینکه او در هر حالتی خدا را اطاعت کرد و از رحمت خدا ناامید نشد!»

(درک مطلب)

## ۱۲۳- گزینه «۳»

(رضا یزری - کرگان)

## تشریح گزینه‌های دیگر

گزینه «۱»: جمع سالم للمذکر: جمع مکسر أو تکسیر/ مجرور به حرف جر: مضاف

إلیه

گزینه «۲»: مفرده «مريض»: مفرده «مَرَضُ» / مجرور به حرف جر: مضاف إلیه و مجرور

گزینه «۴»: اسم مفعول: اسم مفعول نیست

(تفلیل صرفی و فعل اعرابی)

## ۱۲۴- گزینه «۱»

(رضا یزری - کرگان)

## تشریح گزینه‌های دیگر

گزینه «۲»: فعل و فاعله محذوف: فاعله «ایوب»

گزینه «۳»: للغائبه: للغائب / مزید ثلاثی من باب استفعال: مزید ثلاثی من باب

افتعال/ مجهول: معلوم

گزینه «۴»: مجرد ثلاثی: مزید ثلاثی من باب افتعال / فعل و فاعله ضمیر «هو»

المستتر: فاعله «ایوب»

## ۱۲۵- گزینه «۲»

(میبد خاتمی)

«يُنْقَدُّ» مضارع باب إفعال و با توجه به جمله که معلوم است باید بر وزن (يُفْعَلُ) بیاید.

(ضبط حرکات)

## ۱۲۶- گزینه «۲»

(مرتضی کاظم شیروری)

ادات تشبیه یعنی کلمه‌ای که معنی تشبیه بدهد. برخی از این ادات عبارتند از:

«كأن»: گویی، مثل این که، مانند، در گزینه «۱»/ «ك» به معنای مثل و مانند در

گزینه «۳»/ محدود کردن در انتخاب کتاب مانند محدود کردن در انتخاب غذا است/

«مثل»: در گزینه «۴» هیچ عبادتی مثل تفکر نیست.

(انواع جملات)

## ۱۲۷- گزینه «۲»

(ولی برقی - ایبهر)

در این گزینه «تظاهر» مصدر است و «لا» قبل از آن نفی جنس است.

(انواع جملات)

## ۱۲۸- گزینه «۲»

(ممد داویناهی - بیفور)

سوال خواسته حال را مشخص کنید.

گزینه «۱»: راحة: خبر کان است.

گزینه «۲»: ضاحكاً: حال است: دانش آموز خندان می رفت.

گزینه «۳»: دائما: حال نیست.

گزینه «۴»: المتكاسلة: صفت است.

(حال)

## ۱۲۹- گزینه «۲»

(هاری پولاری)

در گزینه «۲»: مستثنی منه جمع مکسر نیست.

در گزینه «۱»: الکتّاب، در گزینه «۲»: الرّملاء و در گزینه «۴»: الطّلاب جمع مکسر و

مستثنی منه می‌باشند.

(استثناء)

## ۱۳۰- گزینه «۴»

(ممد داویناهی - بیفور)

کدام گزینه معنی اختصاص ندارد، معنی اختصاص (فقط، تنها) است یا اینکه

مستثنی منه حذف شده باشد.

گزینه «۱»: إنّما معنی «تنها» دارد.

گزینه «۲»: إیّاك معنی «تنها تو» دارد.

گزینه «۳»: مستثنی منه حذف شده است: در زندگی فقط تلاشگران پیشرفت می‌کنند.

گزینه «۴»: مستثنی منه حذف نشده است هر بیماری دارویی دارد جز مرگ.

(استثناء)



## زبان انگلیسی ۳

## ۱۳۱- گزینه «۴»

(میرمسیب زاهری)

ترجمه جمله: «پروژه‌ای که انتظار می‌رفت در عرض دو سال به اتمام برسد به دلایل نامعلومی متوقف شد، اینطور نیست؟»

## نکته مهم درسی

سؤال در مورد ساخت سؤال کوتاه یا سؤال تأییدی است. جمله اصلی سؤال مجهول است، عبارت معترضه داخل پرانتز جزء اصلی جمله محسوب نمی‌شود و با توجه به فعل "to be" جمله اصلی یعنی "was"، گزینه پاسخ «۴» است. (گراهر)

## ۱۳۲- گزینه «۱»

(میرمسیب زاهری)

ترجمه جمله: «متأسفم، آقای هورتون وقت ندارد تا شما را ملاقات کند. مطمئنم اکنون اگر سرشان خیلی زیاد شلوع نبود از شما با آغوش باز استقبال می‌کردند.»

## نکته مهم درسی

این سؤال در مورد جملات شرطی است. مفهوم جمله از زمان حال غیرممکن صحبت می‌کند، پس شرطی نوع دوم به کار می‌رود که در این شرطی، در جمله شرطی بهتر است به جای "was" از "were" برای همه فاعل‌ها استفاده شود. (گراهر)

## ۱۳۳- گزینه «۲»

(میرمسیب زاهری)

ترجمه جمله: «آقای توماس یکی از پزشکان معروف بود که پزشک من زمانی که در مدرسه پزشکی بود تحت نظر او تحصیل می‌کرد.»

## نکته مهم درسی

در این سؤال ضمیر موصولی همراه با حرف اضافه "under" به کار رفته است. دقت کنید عبارت "under that ..." اشتباه است. (گراهر)

## ۱۳۴- گزینه «۴»

(عمیر مهربان‌رادر)

ترجمه جمله: «آن‌ها صاحب اولین نوزاد پسرشان شدند و از این که او نسبت به وزن بدنش مقادیر زیادی غذا می‌خورد، متعجب بودند.»

(۲) تبدیل کردن

(۱) تشکیل شدن

(واژگان)

(۴) مصرف کردن، خوردن

(۳) رسیدگی کردن

## ۱۳۵- گزینه «۳»

(عمیر مهربان‌رادر)

ترجمه جمله: «او همیشه آرزو داشت که پسرش شغل ممتازی به عنوان استاد دانشگاه داشته باشد، اما همه آنچه که به آن دست یافت کار کردن در یک کارخانه بود.»

(۲) کشف شده

(۱) منقطع

(واژگان)

(۴) ناتوان

(۳) ممتاز، برجسته

## ۱۳۶- گزینه «۲»

(عمیر مهربان‌رادر)

ترجمه جمله: «حتی این دانشجوی مهندسی هنوز نفهمیده است که خودروهای هیبریدی چگونه مزایای موتورهای بنزینی و الکتریکی را ترکیب می‌کنند.»

(۲) فهمیدن

(۱) منقرض شدن

(واژگان)

(۴) خاموش کردن

(۳) بیرون رفتن

## ۱۳۷- گزینه «۱»

(عمیر مهربان‌رادر)

ترجمه جمله: «دانشمندان معتقدند استخراج ذغال سنگ می‌تواند به‌طور جدی زندگی انسانی و جانوری را به‌خطر بیندازد و محیط طبیعی را آلوده کند.»

(۲) مقایسه کردن

(۱) آلوده کردن

(واژگان)

(۴) احاطه کردن

(۳) جایگزین کردن

## ۱۳۸- گزینه «۴»

(عمیر مهربان‌رادر)

(۱) الگوها

(۲) شکل‌ها

(۳) طبقات

(۴) سوخت‌ها

(کلوزتست)

## ۱۳۹- گزینه «۱»

(عمیر مهربان‌رادر)

## نکته مهم درسی

از آنجا که مرجع ضمیر موصولی ترکیب "renewable energy" به معنای «انرژی تجدیدپذیر» است، در بند موصولی از ضمیر "which" که برای غیرانسان به کار می‌رود استفاده می‌کنیم.

(کلوزتست)

## ۱۴۰- گزینه «۲»

(عمیر مهربان‌رادر)

## نکته مهم درسی

در این عبارت از کاربرد نیروی طبیعت توسط انسان سخن می‌گوییم و به فعل مجهول نیاز داریم «رد گزینه‌های (۱) و (۳)». همچنین از آنجا که واژه "power" مفرد است، از فعل مفرد استفاده می‌کنیم (رد گزینه «۴»). (کلوزتست)

(کلوزتست)

## ۱۴۱- گزینه «۳»

(عمیر مهربان‌رادر)

(۱) رنج بردن

(۲) انتقال دادن

(۳) نیرو دادن

(۴) حمل کردن

(کلوزتست)

## ۱۴۲- گزینه «۴»

(عمیر مهربان‌رادر)

(۱) ترجمه

(۲) تابش

(۳) عفونت

(۴) تولید

(کلوزتست)

## ۱۴۳- گزینه «۴»

(تیمور رهمتی)

ترجمه جمله: «کدام‌یک از گزینه‌های زیر بهترین عنوان برای متن است؟»

(درک مطلب)

«عوامل ایجاد آتش سوزی در جنگل‌ها»

## ۱۴۴- گزینه «۲»

(تیمور رهمتی)

ترجمه جمله: «نزدیک‌ترین کلمه از نظر معنایی به کلمه زیر خطدار "critical" در پاراگراف «۱»، "important" (مهم) است.»

(درک مطلب)

## ۱۴۵- گزینه «۳»

(تیمور رهمتی)

ترجمه جمله: «کلمه زیر خطدار "ones" در پاراگراف «۲» به "trees" (درختان) اشاره دارد.»

(درک مطلب)

## ۱۴۶- گزینه «۱»

(تیمور رهمتی)

ترجمه جمله: «برطبق متن، کدام‌یک از جملات زیر درست نیست؟»

(درک مطلب)

«تصادفات جاده‌ای یکی از عوامل ایجاد آتش سوزی، در جنگل‌ها هستند.»

## ۱۴۷- گزینه «۱»

(تیمور رهمتی)

ترجمه جمله: «کدام‌یک از گزینه‌های زیر درباره آبخار نیاگارا درست است؟»

(درک مطلب)

«رودخانه نیاگارا دو آبشار دارد، یکی در کانادا و یکی در آمریکا.»

## ۱۴۸- گزینه «۴»

(تیمور رهمتی)

ترجمه جمله: «نزدیک‌ترین کلمه از نظر معنایی به کلمه زیر خطدار "comprise" در پاراگراف «۱» «تشکیل دادن» است.»

(درک مطلب)

## ۱۴۹- گزینه «۲»

(تیمور رهمتی)

ترجمه جمله: «کلمه زیر خطدار "this" در پاراگراف «۲» به «Niagara Falls» اشاره دارد (برمی‌گردد).»

(درک مطلب)

## ۱۵۰- گزینه «۳»

(تیمور رهمتی)

ترجمه جمله: «طبق متن، پارک آبخار نیاگارا به چه دلیل ساخته شد؟»

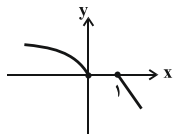
(درک مطلب)

«به‌منظور حفاظت از محیط اطراف آبخار نیاگارا»

از طرفی به ازای  $x \geq 1$ ، عبارت  $x+1$  مثبت است، در نتیجه داریم:

$$2 - |x+1| = 2 - x - 1 = -x + 1$$

بنابراین نمودار تابع  $f(x)$  به صورت زیر حاصل می شود که نزولی است.



(مییب شفیی)

۱۵۳ - گزینه «۳»

$$f(x) = \frac{1 + \sin 2x}{\sin x + \cos x} = \frac{(\sin x + \cos x)^2}{\sin x + \cos x} = \sin x + \cos x$$

$$= \sqrt{2} \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$$

$$\Rightarrow T_f = 2\pi$$

(میلار سباری لاریانی)

۱۵۴ - گزینه «۴»

با توجه به نمودار، چون فاصله  $\max$  و  $\min$  متوالی برابر ۱ است، دوره

تناوب تابع برابر ۲ می باشد.

$$T = \frac{2\pi}{|b\pi|} = 2 \Rightarrow b = \pm 1$$

چون نمودار  $\sin$  بعد از محور  $y$  صعودی است، باید ضریب پشت  $\sin$ ،

مثبت باشد، پس  $b = -1$  است. هم چنین بیشترین مقدار تابع برابر ۳

می باشد.

$$y = a + 2 \sin(\pi x) \xrightarrow{\sin(\pi x)=1} y = a + 2 = 3 \Rightarrow a = 1$$

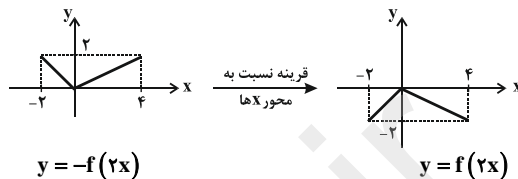
$$\Rightarrow a + b = 0$$

حسابان ۲

۱۵۱ - گزینه «۴»

(علی شورایی)

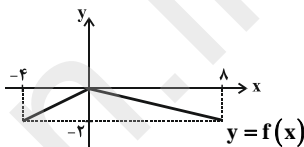
ابتدا نمودار تابع  $y = f(x)$  را رسم می کنیم:



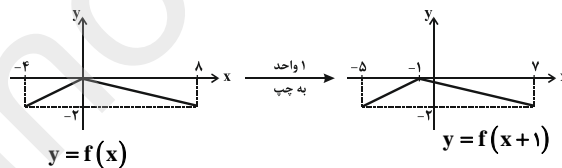
$$y = -f(2x)$$

$$y = f(2x)$$

طول ها دو برابر می شوند



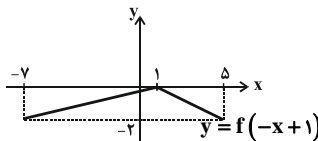
حالا نمودار  $y = \frac{1}{4}f(1-x)$  را رسم می کنیم:



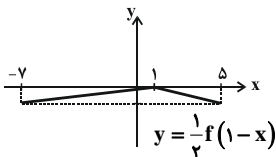
$$y = f(x)$$

$$y = f(x+1)$$

قرینه نسبت به محور y ها



عرض تمام نقاط نصف شود

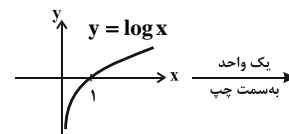


$$y = \frac{1}{4}f(1-x)$$

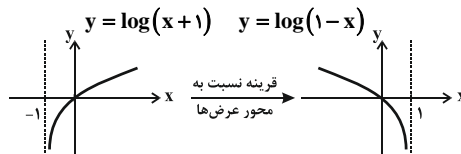
(مییب شفیی)

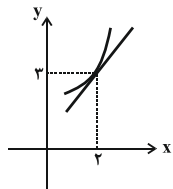
۱۵۲ - گزینه «۲»

برای رسم نمودار  $y = \log(1-x)$  به صورت زیر اقدام می کنیم:



یک واحد به سمت چپ





در این صورت:

$$\begin{cases} f(2) = 4 \times 2 - 5 = 3 \\ f'(2) = 4 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - \Delta f(x) + 6}{x^2 - 5x + 6} &= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(f(x) - 3)(f(x) - 2)}{(x-2)(x-3)} \\ &= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x-2} \times \lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - 2}{x-3} = f'(2) \times (-1) = -4 \end{aligned}$$

(مهروی غفاری)

گزینه ۳ - ۱۵۹

در  $x=1$  باید پیوستگی و مشتق پذیری را برقرار کنیم:

$$\begin{cases} f(1^+) = f(1^-) \Rightarrow -1 = b + a \quad (1) \\ f'_+(1) = f'_-(1) \Rightarrow \frac{a}{\pi} \cos \pi x \times \pi \Big|_{x=1} = \gamma b x \Big|_{x=1} \end{cases}$$

$$\Rightarrow -a = \gamma b \quad (2)$$

$$(1), (2) \Rightarrow \begin{cases} a + b = -1 \\ a + \gamma b = 0 \end{cases} \Rightarrow a = -\gamma, b = 1$$

$$\Rightarrow a \cdot b = -\gamma$$

(سعیر علم پور)

گزینه ۴ - ۱۶۰

تابع  $f$  در  $x=0$  پیوسته است.

$$(f \circ f)'(0) = f'(0) \cdot f'(f(0)), \quad f(0) = 0$$

$$\Rightarrow (f \circ f)'(0) = f'(0) \cdot f'(0) = (f'(0))^2$$

توجه داریم که تابع  $f$  در  $x=0$  عامل صفر شونده  $\sin \gamma x$  دارد. پس:

$$f'(0) = (\sin \gamma x)' \cdot \frac{1}{1 + \sqrt{4 \cos x}} \Big|_{x=0} = \frac{\gamma \cos \gamma x}{1 + \sqrt{4 \cos x}} \Big|_{x=0}$$

$$\Rightarrow f'(0) = \frac{\gamma}{1+\gamma} = \frac{\gamma}{\gamma} \Rightarrow (f'(0))^2 = \frac{\gamma}{9}$$

(ممبر عزیزاره)

گزینه ۳ - ۱۵۵

$$\tan\left(\frac{\pi}{4} - x\right) = \frac{\cos x - \sin x}{\gamma \cos x} \Rightarrow \frac{\tan \frac{\pi}{4} - \tan x}{1 + \tan \frac{\pi}{4} \tan x} = \frac{\cos x - \sin x}{\gamma \cos x} = \frac{\cos x - \sin x}{\gamma \cos x}$$

$$\Rightarrow \frac{1 - \tan x}{1 + \tan x} = \frac{1 - \tan x}{\gamma} \Rightarrow (1 - \tan x) \left( \frac{1}{1 + \tan x} - \frac{1}{\gamma} \right) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 1 - \tan x = 0 \\ \frac{1}{1 + \tan x} = \frac{1}{\gamma} \Rightarrow \tan x = 1 \end{cases}$$

$$x = k\pi + \frac{\pi}{4} = \left\{ \frac{\pi}{4}, \frac{5\pi}{4} \right\} \in [0, 2\pi]$$

معادله ۲ جواب مضاعف دارد که مجموع آنها برابر با  $\frac{3\pi}{4}$  می باشد.

(سعیر علم پور)

گزینه ۳ - ۱۵۶

$$x = \pi: \text{ ریشهٔ مخرج: } \gamma + b = 0 \Rightarrow b = -\gamma$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow \pi} y = \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{-\gamma \sin x}{x - \pi \gamma + \gamma \cos x} = \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{-\gamma \sin \frac{x}{\gamma} \cos \frac{x}{\gamma}}{\gamma \cos^2 \frac{x}{\gamma}}$$

$$= \lim_{x \rightarrow \pi} \left( -\tan \frac{x}{\gamma} \right)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \lim_{x \rightarrow \pi^-} \left( -\tan \frac{x}{\gamma} \right) = -\infty \\ \lim_{x \rightarrow \pi^+} \left( -\tan \frac{x}{\gamma} \right) = +\infty \end{cases}$$

(امیر هوشنگ فمسه)

گزینه ۲ - ۱۵۷

اگر  $x \rightarrow 2$  (چه از چپ و چه از راست)، آنگاه  $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = -\infty$  است.

$$\lim_{x \rightarrow 2} f(f(x)) = \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 1 \Rightarrow \left[ \lim_{x \rightarrow 2} f(f(x)) \right] = 1$$

(میانفش نیکنام)

گزینه ۴ - ۱۵۸

فرض کنیم نمودار تابع  $f$  در همسایگی  $x=2$  به صورت زیر باشد.

هندسه ۳

گزینه ۱» - ۱۶۱

(مسعود درویش)

$$A^2 = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = I$$

بنابراین به ازای هر عدد طبیعی n داریم:

$$A^n = \begin{cases} A: & \text{نفرd} \\ I: & \text{زوج} \end{cases} n$$

$$A^9 - A^6 = A - I = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

گزینه ۳» - ۱۶۲

(امیرمسین ابومصوب)

در یک ماتریس قطری، تمام درایه‌های غیرواقع بر قطر اصلی برابر صفر

هستند، بنابراین داریم:

$$AB = \begin{bmatrix} 4 & 4 \\ 3 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a & -2 \\ 3 & b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4a+12 & 4b-8 \\ 3a-3 & -b-6 \end{bmatrix}$$

$$\begin{cases} 4b-8=0 \Rightarrow b=2 \\ 3a-3=0 \Rightarrow a=1 \end{cases}$$

$$BA = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 & 4 \\ 3 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 & 6 \\ 18 & 10 \end{bmatrix}$$

$$BA \text{ مجموع درایه‌های } = -2+6+18+10=32$$

گزینه ۴» - ۱۶۳

(مهمر قنران)

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 2 & 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 3 \\ 4 & 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$$

$$|C| = (-1) \times 2 - 2 \times (-1) = 1$$

$$C^{-1} = \frac{1}{|C|} \begin{bmatrix} 2 & -2 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & -2 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$$

گزینه ۲» - ۱۶۴

(عادل عسینی)

با استفاده از دستور ساروس برای محاسبه دترمینان ماتریس‌های ۳×۳

داریم:

$$|A| = \begin{vmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 1 & 2 & 3 \\ -1 & -2 & 1 \end{vmatrix} = (4-9-8) - (-8-12+3) = 4$$

$$\left| \frac{1}{2} A^2 \right| = \left( \frac{1}{2} \right)^2 |A^2| = \frac{1}{4} \times |A|^2 = \frac{1}{4} \times 16 = 4$$

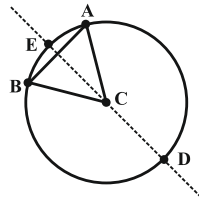
گزینه ۳» - ۱۶۵

(مهمر قنران)

مکان هندسی نقاطی از صفحه که از نقاط A و B به یک فاصله باشند،

عمود منصف پاره‌خط AB و مکان هندسی نقاطی از صفحه که از نقطه C

به فاصله ۳ باشند، دایره‌ای به مرکز C و به شعاع ۳ است.



مطابق شکل محل تلاقی این دو مکان هندسی، نقاط D و E است، پس دو

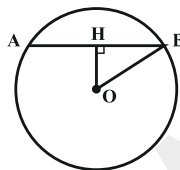
نقطه با مشخصات مورد نظر در صفحه وجود دارد.

گزینه ۲» - ۱۶۶

(مسعود درویش)

فاصله مرکز دایره از خط  $3x + 4y - 4 = 0$  برابر است با:

$$OH = \frac{|3(1) + 4(-1) - 4|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = \frac{5}{5} = 1$$



قطر عمود بر یک وتر، آن وتر را نصف می‌کند، بنابراین مطابق شکل

$BH = 2$  است و داریم:

$$\triangle OBH: OB^2 = OH^2 + BH^2 = 1 + 4 = 5 \Rightarrow R = OB = \sqrt{5}$$

گزینه ۱» - ۱۶۷

(امیرمسین ابومصوب)

$$2a = \sqrt{3} \times 2b \Rightarrow a = \sqrt{3}b \Rightarrow a^2 = 3b^2$$

$$a^2 = b^2 + c^2 \Rightarrow 3b^2 = b^2 + c^2 \Rightarrow c^2 = 2b^2$$

$$\triangle OBF: BF^2 = OB^2 + OF^2 = b^2 + c^2 = a^2 \Rightarrow BF = BF' = a$$

اگر  $\widehat{FBF'} = \theta$  فرض شود، آنگاه طبق قضیه کسینوس‌ها در مثلث BFF'

داریم:

همان طور که مشاهده می شود معادلات گزینه «۴» به هیچ کدام از یال های این مکعب مستطیل تعلق ندارد.

(مسعود رویشی)

گزینه «۳» - ۱۷۰

$$\vec{a} - 2\vec{b} = (2, 0, -1) - 2(1, 2, 1) = (0, -4, -3)$$

$$2\vec{a} - \vec{b} = 2(2, 0, -1) - (1, 2, 1) = (3, -2, -3)$$

$$\frac{|\vec{a} - 2\vec{b}|}{|2\vec{a} - \vec{b}|} = \frac{\sqrt{0^2 + (-4)^2 + (-3)^2}}{\sqrt{3^2 + (-2)^2 + (-3)^2}} = \frac{5}{\sqrt{38}} = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{38}} = \frac{\sqrt{15}}{3}$$

$$FF'^2 = BF'^2 + BF'^2 - 2BF \times BF' \cos \theta$$

$$\Rightarrow (2c)^2 = a^2 + a^2 - 2 \times a \times a \times \cos \theta$$

$$\Rightarrow 4b^2 = 2b^2 + 2b^2 - 2b^2 \cos \theta$$

$$\Rightarrow 2b^2 \cos \theta = -2b^2 \Rightarrow \cos \theta = -\frac{1}{2}$$

(عارل عسینی)

گزینه «۱» - ۱۶۸

ابتدا معادله سهمی را به حالت متعارف تبدیل می کنیم:

$$y^2 + my + 4x = 0 \Rightarrow y^2 + my + \frac{m^2}{4} = -4x + \frac{m^2}{4}$$

$$\Rightarrow \left(y + \frac{m}{2}\right)^2 = -4\left(x - \frac{m^2}{16}\right)$$

نقطه  $A\left(\frac{m^2}{16}, -\frac{m}{2}\right)$  رأس این سهمی است که دهانه آن رو به چپ باز

می شود. داریم:

$$4a = 4 \Rightarrow a = 1$$

$$\text{خط هادی: } x = a + h = 1 + \frac{m^2}{16} = \frac{16 + m^2}{16}$$

$$\Rightarrow \frac{m^2}{16} = \frac{1}{2} \Rightarrow m^2 = 8 \Rightarrow m = \pm 2\sqrt{2}$$

(امیرحسین ابومحبوب)

گزینه «۴» - ۱۶۹

معادلات یال های موجود در وجه ABCD عبارت اند از:

$$AB: \begin{cases} x = 3 \\ -2 \leq y \leq 1 \\ z = 2 \end{cases}$$

$$BC: \begin{cases} 1 \leq x \leq 3 \\ y = -2 \\ z = 2 \end{cases}$$

$$CD: \begin{cases} x = 1 \\ -2 \leq y \leq 1 \\ z = 2 \end{cases}$$

$$AD: \begin{cases} 1 \leq x \leq 3 \\ y = 1 \\ z = 2 \end{cases}$$



ریاضیات گسسته

گزینه ۲» ۱۷۱-

(مسعود > روشی)

$$2x + 5(2k + 1) = 77 \Rightarrow 2x = -10k + 72 \Rightarrow x = -5k + 36$$

$$\left. \begin{aligned} x \geq 0 &\Rightarrow -5k + 36 \geq 0 \Rightarrow k \leq \frac{36}{5} \\ y \geq 0 &\Rightarrow 2k + 1 \geq 0 \Rightarrow k \geq -\frac{1}{2} \end{aligned} \right\} \begin{aligned} k \in \mathbb{Z} &\rightarrow 0 \leq k \leq 7 \end{aligned}$$

پس به ۵ طریق (به ازای مقادیر  $k = 0, 1, 2, 3, 4$ ) می توان این کیسه را با وزنه های ۳ و ۵ کیلویی وزن کرد.

$$x^2 + y^2 + 1 \geq xy + x + y \Leftrightarrow 2x^2 + 2y^2 + 2 \geq 2xy + 2x + 2y$$

$$\Leftrightarrow (x^2 - 2xy + y^2) + (x^2 - 2x + 1) + (y^2 - 2y + 1) \geq 0$$

$$\Leftrightarrow (x - y)^2 + (x - 1)^2 + (y - 1)^2 \geq 0$$

گزاره حاصل یک گزاره همیشه درست است که با گزاره صورت سوال هم ارز می باشد.

۱۷۵- گزینه ۴» (عارل مسینی)

دو رأس  $u$  و  $v$  مجاور نیستند، پس مسیری به طول ۱ بین این دو رأس وجود ندارد.

مسیرهای به طول ۲ از رأس  $u$  به  $v$  عبارت اند از:

$uzv, uvz$

مسیرهای به طول ۳ از رأس  $u$  به  $v$  عبارت اند از:

$uvzv, uvzv, uvzv, uvzv, uvzv$

بنابراین در مجموع ۷ مسیر به طول حداکثر ۳ از رأس  $u$  به رأس  $v$  وجود دارد.

۱۷۲- گزینه ۴» (علیرضا شریف فطیمی)

$$a = 8k + 1 \xrightarrow{\times 9} 9a = 72k + 9 = 24(3k) + 9 = 24k'' + 9 \quad (1)$$

$$a = 3k' + 2 \xrightarrow{\times 8} 8a = 24k' + 16 \quad (2)$$

$$(1), (2) \Rightarrow 9a - 8a = 24k'' + 9 - 24k' - 16$$

$$\Rightarrow a = 24(k'' - k') - 7 = 24 \underbrace{(k'' - k' - 1)}_q + 24 - 7 = 24q + 17$$

بنابراین باقی مانده تقسیم عدد  $a$  بر ۲۴ برابر ۱۷ است.

۱۷۶- گزینه ۴» (علیرضا شریف فطیمی)

مرتبه گراف  $G$  برابر ۷ و درجه رئوس  $d, e$  و  $f$  در گراف  $G$  به ترتیب ۲، ۳ و ۱ است. اگر  $x$  رأس دلخواهی از گراف  $G$  باشد، آنگاه

$$d_{\bar{G}}(x) = (p - 1) - d_G(x)$$

$$d_{\bar{G}}(d) = 6 - 2 = 4$$

$$d_{\bar{G}}(e) = 6 - 3 = 3$$

$$d_{\bar{G}}(f) = 6 - 1 = 5$$

بنابراین مجموع درجات رأس های  $d, e$  و  $f$  در گراف  $\bar{G}$  برابر ۱۲ است.

۱۷۳- گزینه ۱» (امیر حسین ایوبیوب)

$$25 \equiv 29 \equiv 3 \pmod{3} \rightarrow 215 \equiv 3^2 \equiv 29 \equiv 2 \pmod{3}$$

$$\xrightarrow{\text{به توان ۴}} 260 \equiv (-2)^4 \equiv 16 \equiv 5 \pmod{5} \rightarrow 260 \times 5 \equiv 80$$

$$\xrightarrow{+9} 260 \times 5 + 9 \equiv 89 \equiv 2$$

۱۷۴- گزینه ۳» (عارل مسینی)

فرض کنید تعداد وزنه های ۳ و ۵ کیلویی را به ترتیب با  $x$  و  $y$  نمایش دهیم. داریم:

$$3x + 5y = 77 \Rightarrow 5y \equiv 77 \pmod{3} \Rightarrow 2y \equiv 2 \pmod{3} \xrightarrow{(\cdot 2)^{-1}} y \equiv 1$$

$$\Rightarrow y = 3k + 1 \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$$x_7 \geq 2 \Rightarrow x_7 = y_7 + 2$$

$$x_4 > 3 \Rightarrow x_4 \geq 4 \Rightarrow x_4 = y_4 + 4$$

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 10 \Rightarrow y_1 + y_2 + 2 + y_3 + y_4 + 4 = 10$$

$$\Rightarrow y_1 + y_2 + y_3 + y_4 = 4$$

$$\Rightarrow \text{تعداد جواب‌های صحیح و نامنفی} = \binom{4+4-1}{4-1} = \binom{7}{3} = 35$$

(امیرمسین ابومیبوب)

گزینه «۳» - ۱۸۰

گزینه «۱»: اگر سطر دوم مربع لاتین B به صورت 

۱	۲	۳	۴
---	---	---	---

 باشد،

آنگاه درایه‌های سطر اول و ستون دوم و سطر دوم ستون اول در مربع لاتین

A هر دو برابر ۳ و در مربع لاتین B هر دو برابر ۱ است.

گزینه «۲»: اگر سطر دوم مربع لاتین B به صورت 

۲	۴	۳	۱
---	---	---	---

 باشد،

آنگاه درایه‌های سطر اول و ستون اول و سطر دوم و ستون دوم در مربع لاتین

A هر دو برابر ۲ و در مربع لاتین B هر دو برابر ۴ است.

گزینه «۳»: اگر سطر دوم مربع لاتین B به صورت 

۲	۳	۴	۱
---	---	---	---

 باشد،

می‌توان مربع لاتین B را مانند مربع شکل زیر ایجاد نمود که با مربع لاتین

A متعامد است:

$$B = \begin{bmatrix} 4 & 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 4 & 1 \\ 3 & 2 & 1 & 4 \\ 1 & 4 & 3 & 2 \end{bmatrix}$$

گزینه «۴»: اگر سطر دوم مربع لاتین B به صورت 

۳	۱	۴	۲
---	---	---	---

 باشد،

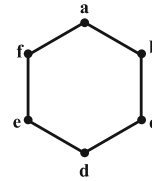
آنگاه درایه‌های سطر اول ستون سوم و سطر دوم ستون چهارم در مربع لاتین

A هر دو برابر ۴ و در مربع لاتین B هر دو برابر ۲ است.

(امیرمسین ابومیبوب)

گزینه «۲» - ۱۷۷

عدد احاطه‌گری گراف  $P_6$  برابر ۲ است.



این گراف دارای ۳ مجموعه احاطه‌گر مینیمال دو عضوی یعنی  $\{a, d\}$ ،

$\{b, e\}$  و  $\{c, f\}$  و ۲ مجموعه احاطه‌گر مینیمال سه عضوی یعنی  $\{a, c, e\}$

و  $\{b, d, f\}$  است.

(مسعود روشی)

گزینه «۱» - ۱۷۸

فرض کنید رقم سمت چپ عدد مورد نظر، یک رقم فرد باشد. در این صورت

داریم:

$$\begin{matrix} \bar{z} & \bar{z} & \bar{z} & \bar{z} & \bar{z} & \bar{z} & \bar{z} & \bar{z} \\ 4 \times 4 \times 3 \times 3 \times 2 \times 2 \times 1 \times 1 = 4! \times 4! \end{matrix}$$

همچنین حالت مشابهی وجود دارد که رقم سمت چپ عدد مورد نظر، یک

رقم زوج باشد. با توجه به اینکه رقم ۳، سه بار و هر کدام از ارقام ۲ و ۴،

دوبار تکرار شده‌اند، تعداد اعداد هشت‌رقمی ساخته شده با این ارقام برابر

است یا:

$$\frac{2 \times 4! \times 4!}{3! \times 2! \times 2!} = \frac{2 \times 24 \times 24}{6 \times 2 \times 2} = 48$$

(علیرضا شریف‌نظی)

گزینه «۲» - ۱۷۹

فرض کنید تعداد شاخه‌های گل انتخاب شده از انواع اول تا چهارم را

به ترتیب با  $x_1$ ،  $x_2$ ،  $x_3$  و  $x_4$  نمایش دهیم. در این صورت طبق فرض

سؤال داریم: